UM MODELO CONSTITUTIVO PARA O ESCOAMENTO ATRAVÉS DE UM ARRANJO DE BARRAS DE SEÇÃO CIRCULAR

Sérgio Viçosa Möller

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS (M.Sc.)

Aprovada por:

Prof. Raad Yahya Qassim

Prof. Miguel Hiroo Hirata

Prof. Pedro Carajilescov

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

AGOSTO DE 1979

MOLLER, SÉRGIO VIÇOSA

Um Modelo Constitutivo Para o Escoamento Através de Um Arranjo de Barras de Seção Circular [Rio de Janeiro] 1979.

XII, 126 p. 29,7cm (COPPE-UFRJ, M.Sc., Engenharia Mecânica, 1979).

Tese, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Faculdade de Engenharia.

1. Escoamento em Meios Porosos Anisotrópicos. I.COPPE/UFRJ II. Título (série).

Para Lena

AGRADECIMENTOS

Ao Professor Raad Yahya Qassim, cuja orientação tor
nou possível a realização desta tese.

Ao Programa de Engenharia Mecânica da COPPE, em es-
pecial ao Professor Miguel Hiroo Hirata pelo apoio dado durante
a fase experimental, realizada em um dos túneis de vento do Labo
ratório Pesado de Fenômenos de Transporte do Programa de Engenha
ria Mecânica da COPPE.

Ao Programa de Engenharia Nuclear da COPPE, pelo a-
poio dado durante a preparação da experiência.

Ao Instituto de Engenharia Nuclear, pelas facilida-
des concedidas, em especial ao Eng. Luis Fernando Vallim Schneider.
Ao Eng. Carlos Alexandre de Jesus Miranda por seu auxílio nos
programas Fortran e ao Sr. Walter Gomes por seus desenhos, ambos
do Instituto de Engenharia Nuclear.

Ao Sr. Sebastião Fernandes Pimentel, da COPPE, pelo
inestimável auxílio dado durante a construção dos dispositivos e
a preparação da experiência.

À Srta. Lilian Vicentini por seus trabalhos de dati
lografia.

A todos aqueles que de alguma maneira nos ajudaram.

RESUMO

Na determinação do escoamento através de um feixe de barras de seção circular em arranjo uniforme, é usada a Teoria das Misturas, que fornece as equações de balanço para o sistema.

São feitas hipóteses de escoamento isotérmico e regime turbulento, plenamente desenvolvido.

Equações constitutivas para a força resistiva são determinadas a partir das correlações de Jakob e Rowe, e seu comportamento é analisado para um caso padrão. Comparação dos resultados obtidos com estas equações com os resultados experimentais de Böttgenbach mostram boa concordância na direção do gradiente de pressão não sendo possível uma comparação direta entre os valores obtidos com as duas expressões.

Para a confirmação do modelo foi feita uma experiência, que consistiu em medir a queda de pressão (Número de Euler) nas direções axial e transversal de feixes de varetas em arranjo aleatório e vários ângulos como funções da velocidade (Número de Reynolds) obtendo boa concordância exceto na direção axial.

Por fim é formulado um exemplo prático a fim de mostrar a aplicabilidade do modelo - a determinação do campo de pressão devido a influência de uma chicana.

ABSTRACT

The determination of the flow through a uniform array of rod bundle is made by means of the Continuum Theories of Mixtures, which gives balance equations for the system.

The hypotheses of isothermal and fully developed turbulent flow are made.

Constitutive equations for the resistive force are determined from Jakob's and Rowe's correlations, and its behaviour analysed for a standard case. Comparison of these equations with Böttgenbach's experiments shows good agreement of the direction of the pressure, although direct comparison between present theory and his theory is not possible.

For the confirmation of the model an experiment is performed, this consisting of measuring pressure drop (Euler's Number) in the axial and transverse direction of a random array rod bundle at various angles as functions of velocity (Reynold's Number), which has good agreement, except on axial direction.

At last, a sample problem is formulated with the purpose of showing the applicability of the model, this being the determination of pressure field due to the influence of a baffle.

NOMENCLATURA

A	Área na equação (1.5-1)
A	Parâmetro definido na equação (1.2-10)
a	Metade do comprimento da chicana no exemplo
C_D	Coeficiente de Arraste
D_e	Diâmetro equivalente
D_t	Diâmetro maior na tomada de pressão (figura 30)
d	Diâmetro de uma barra
d_t	Diâmetro menor na tomada de pressão (figura 30)
Eu	Número de Euler
$\underset{\sim}{e}_i$	Vetor unitário na direção "i"
F	Força de arraste na equação (1.5-1)
$\underset{\sim}{F}$	Aceleração de campo
f^*	Fator de atrito
G	Taxa de geração de massa
$\underset{\sim}{g}$	Aceleração da gravidade
$\underset{\sim}{g}^*$	Vetor gravidade adimensional
H	Altura manométrica na expressão (2.1-8)
i	Índice de coordenada
$\underset{\sim}{J}$	Velocidade de transferência de massa
K	Coeficiente na equação de Darcy (1.3-1)
K_1	Coeficiente na equação de Brinkman (1.3-3)
K_2	Coeficiente na equação de Brinkman (1.3-3)
L	Comprimento de referência na equação (4.1-1)
ℓ_t	Comprimento da tomada de pressão (figura 30)
$\underset{\sim}{m}$	Força resistiva
m_i	Força resistiva na direção "i"
N	Número de fileiras de tubos para escoamento perpendicular

p	Pressão do fluido
p^*	Pressão adimensionalizada do fluido
Q	Parâmetro definido pela equação (1.2-9)
q	Velocidade superficial medida com Pitot
R	Parâmetro definido pela equação (1.2-8)
$\underset{\sim}{R}$	Tensor resistividade
R_{ij}	Componente do tensor resistividade
Re	Número de Reynolds
T	Temperatura do ar ambiente
$\underset{\sim}{T}$	Tensão extra do fluido
U_R	Velocidade de referência
U_∞	Velocidade não perturbada no exemplo
u	Velocidade na direção axial no exemplo
v	Velocidade na direção transversal no exemplo
v_m	Velocidade máxima entre as varetas em escoamento transversal
$\underset{\sim}{v}$	Velocidade do fluido no meio (velocidade de percolação)
$\underset{\sim}{v}^*$	Velocidade adimensional do fluido
x	Coordenada complexa no exemplo
y	Coordenada complexa no exemplo
z	Variável complexa no exemplo
$\underset{\sim}{z}$	Coordenadas do sistema
$\underset{\sim}{z}^*$	Coordenada adimensionalizada
z_i	Coordenada na direção "i"
z_i^*	Coordenada adimensionalizada na direção "i"
α_1	Coeficiente na equação (4.4-1)
α_2	Coeficiente na equação (4.4-1)
β	Razão de aspecto, definida na equação (3-1)
Γ_i	Função tensorial no Teorema de Wang - Eq. (2.2-4)
γ_i	Função escalar no Teorema de Wang - Eq. (2.2-4)
ν	Viscosidade cinemática

ε	Porosidade
ζ	Fator definido na equação (3-1)
$\underline{\zeta}$	Fator de atrito na equação (6-1)
θ	Ângulo que o vetor velocidade faz com o eixo z_2
λ	Passo, distância entre centros das varetas
μ	Viscosidade absoluta do fluido
μ_A	Viscosidade absoluta do ar
ξ	Porosidade fictícia dada pelas eqs.(3-15) e (3-17)
ρ	Massa específica do fluido
ρ_A	Densidade do ar
ρ_B	Densidade do butanol-1
$\overline{\rho}$	Densidade do fluido na mistura
$\underset{\sim}{\sigma}$	Tensor de tensão parcial do fluido
ϕ	Linha de corrente no exemplo
χ	Índice de configuração do meio
ψ	Função de corrente no exemplo
Ω	Potencial complexo do escoamento no exemplo
$\underset{\sim}{1}$	Tensor unitário

ÍNDICE

ÍNDICE DE ILUSTRAÇÕES

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

1.1 DESCRIÇÃO DO PROBLEMA

Feixes de barras ou tubos em arranjo uniforme são comumente encontrados no núcleo de reatores nucleares e em trocadores de calor convencionais. Na superfície externa destas barras ou tubos escoa, usualmente em regime turbulento, um fluido, o qual destina-se a remover o calor destas superfícies.

A figura 1 mostra os perfis de geração de potência no núcleo de um reator rápido superconversor (Fast Breeder Reactor). A baixa taxa de geração de calor na zona fértil radial (Radial Breeding Blanket) deu origem ao conceito de canais abertos para os reatores rápidos proposto por Weiss et.al.[1]. Desta maneira, o refrigerante é forçado a tomar a direção radial, formando linhas de corrente tridimensionais devido a presença de barreiras semi-permeáveis colocadas paralelamente aos elementos combustíveis, envolvendo o núcleo ativo (zona interna de material físsil), e da regulagem das válvulas de entrada e saída do refrigerante. Ziegler[2] adota o mesmo conceito, mas coloca barreiras transversais aos elementos combustíveis. Este escoamento, mostrado na figura 2, é verificado experimentalmente por Böttgenbach[3] que propõe equações para a resistência ao fluxo. Butterworth[4] propõe um método para o desenvolvimento de um modelo para escoamentos tridimensionais em barras paralelas.

1.2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Vários trabalhos foram feitos para a determinação de fatores de atrito e de parâmetros de transferência de calor em escoamentos tanto na direção axial das barras como na direção transversal.

No estudo do escoamento na direção transversal, Griminson[5] determinou curvas para o fator de atrito para tubos dispostos em linha ou alternados, como os mostrados na figura 3 sob a denominação de arranjos quadrangulares e triangulares, bem como parâmetros de transferência de calor. Pierson[6] estudou vários tipos de arranjos de tubos a fim de determinar como o tipo de arranjo influencia o fator de atrito e a transferência de calor (Número de Nusselt). Zukauskas[7] faz uma análise do comportamento do fluido ao passar transversalmente por um arranjo de tubos, apresentando também uma revisão dos resultados obtidos por outros autores. Jakob[8] estudou os mesmos dados que Griminson obtendo relações para o fator de atrito em arranjos quadrangulares ou triangulares.

No caso do escoamento na direção axial, vários trabalhos devem ser citados: Lewis e Buettiker[9] fazem uma revisão das soluções das equações de Navier - Stokes para este escoamento. Nijsing et.al.[10] fazem uma análise teórica do escoamento em um arranjo triangular, levando em consideração parâmetros como espaçamento, Números de Reynolds e de Prandtl. Eifler e Nijsing[11] repetem experimentalmente este estudo, obtendo boa concordância nos resultados. Tong[12] faz uma revisão dos estudos experimentais feitos para obtenção de fatores de atrito e parâmetros de transferência de calor. Maubach e Rehme[13] estudam a influência da rugosidade das barras. Carajilescov[14] faz um estudo analítico da turbulência, determinando fluxo axial e secundário e distribuição da tensão de cisalhamento na parede das barras. Rowe[15] faz medidas da velocidade e da turbulência em seus dispositivos de teste usando a técnica de anemometria de Laser-Doppler, apresenta também expressões para o fator de atrito em cada um destes dispositivos.

As expressões de Rowe para o fator de atrito no escoamento ao longo das barras, bem como as de Jakob para o escoamento na direção transversal das mesmas serão usadas em capítulos posteriores para a determinação das equações constitutivas.

1.3 OBJETIVOS DO TRABALHO

Este trabalho destina-se a desenvolver um modelo para o cálculo de escoamentos em sistemas como trocadores de calor de carcaça e tubo com defletores (Shell and Tube) e em reatores rápidos como os propostos por Weiss et.al e Ziegler.

Consiste no estudo de um sistema de barras de seção circular constante em arranjo uniforme (rod bundle), com paredes lisas e sem espaçadores, tais como grades ou arames. Entre estas barras escoa um fluido newtoniano, em regime permanente. Este escoamento é turbulento, incompressível, plenamente desenvolvido, e não há transferência de calor.

Para o desenvolvimento do modelo parte-se da hipótese de que o sistema seja um meio contínuo onde se encontram duas fases - a fase fluida e a fase sólida (as barras). Isso permite que sua análise seja feita através da Teoria das Misturas[16], que trata sistemas multifásicos (como nuvens de bolhas, leitos fluidizados e outros meios porosos) como meios contínuos.

Esta análise pode ser dita "macroscópica" pois trata o sistema como um todo, em contraposição a uma análise "microscópica", que investigaria, por exemplo o perfil de velocidade entre as barras.

Assim sendo, ao longo deste trabalho serão usadas informações "microscópicas" para o estudo "macroscópico". Ao ser descrito o sistema que é objeto deste estudo, tomou-se um enfoque microscópico, descrevendo-se cada uma das fases individualmente. Porém, ao se falar em mistura, determinados aspectos microscópicos perdem significado, por exemplo: fluido newtoniano é a descrição do mesmo enquanto fora da mistura, pois nesta, o escoamento é considerado invíscido, isto é, o fluido é ideal. Isto pode ser observado na equação de Darcy[17] para o escoamento em meios porosos*

$$\underset{\sim}{v} = - K \text{ grad } p \qquad (1.3\text{-}1)$$

que também pode ser escrita

$$\frac{1}{K} \underset{\sim}{v} = - \text{grad } p \qquad (1.3\text{-}2)$$

onde o termo $\underset{\sim}{v}/K$ é a força de amortecimento da massa porosa, K é uma constante do meio.

---

* Ver nomenclatura

A fim de considerar a condição de fronteira de velocidade nula nas paredes de contorno, e assim tornar mais precisa a análise de meios porosos, Brinkman[17] sugere a introdução na equação de Darcy do termo viscoso da equação de Navier-Stokes, assim a equação (1.3-1) fica

$$\text{grad } p = - K_1 \underset{\sim}{v} + K_2 \text{ lap } \underset{\sim}{v} \qquad (1.3\text{-}3)$$

Desta maneira, Brinkman estabelece que para valores altos de K_1 o escoamento pode ser descrito apenas pela equação de Darcy, e para valores de K_1 muito pequenos, o escoamento pode ser descrito pela equação de Navier-Stokes. Neste caso, K_2 é igual a viscosidade do fluido.

CAPÍTULO 2

FUNDAMENTOS TEÓRICOS

2.1 EQUAÇÕES DE BALANÇO

Seja um sistema como o proposto na Introdução, composto de duas fases, a fase sólida e a fase fluida, cada uma delas contínua, coexistentes e interpenetrantes.

A Teoria das Misturas[16] estabelece as equações para os balanços de massa e de quantidade de movimento[18] para cada uma das fases. Como uma das fases, a sólida, é fixa, as equações serão apenas para a fase fluida, dispensando o uso de índices.

A equação para o balanço de massa é dada na sua forma geral por

$$\frac{D_\rho}{D_t} + \rho \operatorname{div} \underset{\sim}{v} = G \qquad (2.1\text{-}1)$$

onde

ρ é a massa específica do fluido

$\underset{\sim}{v}$ é a velocidade do fluido no meio

G é a taxa de geração de massa

Estabelecendo-se escoamento em regime permanente, o fluido incompressível e que não ocorra geração de massa por meio de reação química entre as fases, a equação (2.1-1) fica

$$\operatorname{div} \underset{\sim}{v} = 0 \qquad (2.1\text{-}2)$$

O balanço da quantidade de movimento para a fase fluida é dado pela equação

$$\rho \frac{D\underset{\sim}{v}}{D_t} = \text{div}\ \underset{\sim}{\sigma} + \underset{\sim}{m} - G\ (\underset{\sim}{v} - \underset{\sim}{J}) + \rho\ \underset{\sim}{F} \qquad (2.1\text{-}3)$$

onde

$\underset{\sim}{\sigma}$ é a tensão parcial no fluido

$\underset{\sim}{m}$ é a força resistiva

$\underset{\sim}{J}$ é a velocidade de transferência de massa

$\underset{\sim}{F}$ é a força de campo

Pelas hipóteses citadas e considerando que as forças de campo sejam apenas devidas a aceleração da gravidade, a equação (2.1-3) toma a forma

$$\rho(\text{grad}\ \underset{\sim}{v})\ \underset{\sim}{v} = \text{div}\ \underset{\sim}{\sigma} + \underset{\sim}{m} + \rho\ \underset{\sim}{g} \qquad (2.1\text{-}4)$$

A tensão parcial $\underset{\sim}{\sigma}$ é devida[19] a pressão e a tensão extra do fluido, assim

$$\underset{\sim}{\sigma} = -\ p\ \underset{\sim}{1} + \underset{\sim}{T} \qquad (2.1\text{-}5)$$

Assim

$$\text{div}\ \underset{\sim}{\sigma} = -\ \text{grad}\ (p\ \underset{\sim}{1}) + \text{div}\ \underset{\sim}{T} \qquad (2.1\text{-}6)$$

Definindo-se como porosidade ε a fração de volume ocupada pelo fluido tem-se que

$$\rho = \varepsilon\ \overline{\rho} \qquad (2.1\text{-}7)$$

A força resistiva $\underset{\sim}{m}$ pode ser definida como a força que uma fase exerce sobre a outra, assim

$$\underset{\sim}{m}\Big|_{\text{fluido}} = -\ \underset{\sim}{m}\Big|_{\text{sólido}} \qquad (2.1\text{-}8)$$

Pela Teoria das Misturas, a força resistiva é resultante da força de arraste oferecida ao escoamento pelas barras, porém, através de uma análise microscópica vê-se que a mesma é decorrente das forças viscosas em torno das barras.

Assim, a equação (2.1-4) pode ser escrita como

$$\varepsilon \, \overline{\rho} \, (\text{grad } \underset{\sim}{v}) \, \underset{\sim}{v} = - \text{grad } (p \, \underset{\sim}{1}) \; +$$

$$+ \text{div } \underset{\sim}{T} + \underset{\sim}{m} + \varepsilon \, \overline{\rho} \, \underset{\sim}{g} \qquad (2.1\text{-}9)$$

Como não há transferência de calor, a equação para o balanço de energia degenera na equação de balanço de quantidade de movimento.

2.2 EQUAÇÕES CONSTITUTIVAS

As equações de balanço para esse estudo são

$$\text{div } \underset{\sim}{v} = 0 \qquad (2.2\text{-}1)$$

$$\varepsilon \, \overline{\rho} \, (\text{grad } \underset{\sim}{v}) \, \underset{\sim}{v} = - \text{grad } (p \, \underset{\sim}{1}) + \text{div } \underset{\sim}{T} \; +$$

$$+ \underset{\sim}{m} + \varepsilon \, \overline{\rho} \, \underset{\sim}{g} \qquad (2.2\text{-}2)$$

Se ε, $\overline{\rho}$ e $\underset{\sim}{g}$ forem conhecidos tem-se um sistema indeterminado de duas equações a quatro incógnitas, sendo estas $\underset{\sim}{v}$, p, $\underset{\sim}{T}$ e $\underset{\sim}{m}$.

Estabelecendo-se que o escoamento seja uniforme e negligenciando as forças de corpo, no caso a gravidade, a equação (2.2-2) fica

$$0 = - \text{grad}\ (p\ \underset{\sim}{1}) + \text{div}\ \underset{\sim}{T} + \underset{\sim}{m} \qquad (2.2\text{-}3)$$

Pelo Teorema de Wang[20] para a representação de funções tensoriais isotrópicas e simétricas, a tensão extra $\underset{\sim}{T}$ pode ser descrita como

$$\underset{\sim}{T} = \gamma_i\ (\varepsilon,\underset{\sim}{v})\ \Gamma_i\ (\underset{\sim}{v}) \quad , \quad i = 1,\ldots N \qquad (2.2\text{-}4)$$

onde γ_i são funções escalares isotrópicas e Γ_i são funções tensoriais dadas pelas N combinações das M variáveis no argumento. Para o caso, tomando-se i = 1 e M = 0, obtém-se o tensor unitário $\underset{\sim}{1}$, assim

$$\Gamma_1 = \underset{\sim}{1} \qquad (2.2\text{-}5)$$

Para i = 2 e M = 1 variável do argumento, tem-se

$$\Gamma_2 = \underset{\sim}{v} \otimes \underset{\sim}{v} \qquad (2.2\text{-}6)$$

Wang também estabelece que as γ_i devem ser funções do invariante de seus argumentos. Assim, o invariante de um escalar, no caso ε, é o próprio escalar. Já o invariante de um vetor é o produto escalar dele por ele mesmo, portanto, pode-se tomar a norma de $\underset{\sim}{v}$, pois

$$||\underset{\sim}{v}|| = \sqrt{\underset{\sim}{v} \cdot \underset{\sim}{v}} \qquad (2.2\text{-}7)$$

Desta maneira, pode-se expressar a tensão extra por

$$\underset{\sim}{T} = \gamma_1\ (\varepsilon,\ ||\underset{\sim}{v}||)\ \underset{\sim}{1} + \gamma_2\ (\varepsilon,\ ||\underset{\sim}{v}||)\ (\underset{\sim}{v} \otimes \underset{\sim}{v}) \qquad (2.2\text{-}8)$$

Tem-se então que

$$\operatorname{div} \underset{\sim}{T} = \operatorname{grad} \gamma_1 (\varepsilon, \|\underset{\sim}{v}\|) + (\underset{\sim}{v} \otimes \underset{\sim}{v}) \operatorname{grad} \gamma_2 (\varepsilon, \|\underset{\sim}{v}\|)$$

$$+ \gamma_2 \; \varepsilon , \|\underset{\sim}{v}\|) \operatorname{div} (\underset{\sim}{v} \otimes \underset{\sim}{v}) \qquad (2.2\text{-}9)$$

Pela hipótese de escoamento uniforme, sendo ε constante

$$\begin{aligned} \operatorname{grad} \gamma_1 &= 0 \\ \operatorname{grad} \gamma_2 &= 0 \\ \operatorname{div} (\underset{\sim}{v} \otimes \underset{\sim}{v}) &= 0 \end{aligned} \qquad (2.2\text{-}10)$$

Logo[18]

$$\operatorname{div} \underset{\sim}{T} = 0 \qquad (2.2\text{-}11)$$

Esse resultado só é válido para o escoamento macroscópico invíscido da Teoria das Misturas, não sendo válido para um escoamento analisado microscopicamente. Pela equação (2.1-6) vê-se que na equação para o balanço de quantidade de movimento somente a pressão p participa da tensão parcial $\underset{\sim}{\sigma}$.

Assim, a equação (2.2-3) pode ser escrita como

$$\underset{\sim}{m} = \operatorname{grad} p \qquad (2.2\text{-}12)$$

Esta equação mostra que a causa da queda de pressão que um escoamento uniforme através de um meio poroso sofre é devida a força resistiva. Assim, para cada tipo de meio poroso estudado, deve-se procurar uma expressão para $\underset{\sim}{m}$, que pode ser determinada a partir da equação (2.2-12). Esta expressão característica de cada meio é chamada "Equação Constitutiva".

Equações constitutivas[21] são aquelas que descrevem o comportamento material em um dado sistema e seguem três princípios: determinismo, ação local e indiferença em relação ao referencial material. Por determinismo compreende-se que a força resistiva é determinada pela história dos movimentos já efetuados pelo sistema. O princípio de ação local estabelece que o movimento fora de um determinado contorno arbitrariamente pequeno em torno de um dado ponto material pode ser ignorado ao determinar-se a força resistiva nesse ponto. Por fim, o princípio de indiferença em relação ao referencial material estabelece que dois observadores diferentes obteriam valores idênticos se estudassem a força resistiva tomando diferentes referenciais.

A força resistiva pode ser representada por[18]

$$\underset{\sim}{m} = \underset{\sim}{R}_{\chi}\, \underset{\sim}{v} \qquad (2.2\text{-}13)$$

Onde $\underset{\sim}{R}_{\chi}$ é o tensor resistividade, e é da forma

$$\underset{\sim}{R}_{\chi} = \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{13} \\ R_{21} & R_{22} & R_{23} \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} \end{bmatrix} \qquad (2.2\text{-}14)$$

e o índice χ refere-se à configuração (microscópica) do meio analisado, isto é, o tipo de meio poroso analisado, e mais especificamente ao tipo de arranjo adotado.

Colocando-se o sistema de coordenadas ortogonais como indica a figura 4, e orientando-o de maneira que a disposição das barras seja simétrica em relação a todos os planos formados pelo sistema de coordenadas, isto é, usando-se como referência a informação microscópica da disposição e forma das barras, tem-se que o tensor $\underset{\sim}{R}_{\chi}$ é simétrico[22], e

$$R_{ij} = 0 \qquad , \qquad i \neq j \tag{2.2-15}$$

e a equação (3.12) fica simplificada

$$\underset{\sim}{R}_{\chi} = \begin{bmatrix} R_{11} & 0 & 0 \\ 0 & R_{22} & 0 \\ 0 & 0 & R_{33} \end{bmatrix} \tag{2.2-16}$$

Admitindo-se que o vetor velocidade $\underset{\sim}{v}$ é paralelo ao plano $z_1 z_2$ a equação (2.2-16) perde o termo R_{33}, assim

$$\underset{\sim}{R}_{\chi} = \begin{bmatrix} R_{11} & 0 \\ 0 & R_{22} \end{bmatrix} \tag{2.2-17}$$

Logo, a força resistiva pode ser expressa em termos de suas componentes como

$$\underset{\sim}{m} = \begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{11} & 0 \\ 0 & R_{12} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} \tag{2.2-18}$$

ou

$$m_1 = R_{11} \, v_1 \tag{2.2-19}$$

$$m_2 = R_{22} \, v_2 \tag{2.2-20}$$

2.3 ADIMENSIONALIZAÇÃO DAS EQUAÇÕES DE BALANÇO

A fim de garantir a aplicabilidade da análise feita neste trabalho a qualquer sistema como o descrito na Introdução, as equações de balanço devem ser adimensionalizadas.

Introduzindo-se U_R e definindo-a como Velocidade de Referência e D_e como Diâmetro Equivalente

$$D_e = 4 \; \frac{\text{Área da Seção Reta}}{\text{Perímetro Molhado}} \qquad (2.3\text{-}1)$$

pode-se definir como Velocidade Adimensional

$$\underset{\sim}{v}^* = \frac{\underset{\sim}{v}}{\|\underset{\sim}{U}_R\|} \qquad (2.3\text{-}2)$$

e coordenada adimensional como

$$\underset{\sim}{z}^* = \frac{\underset{\sim}{z}}{D_e} \qquad (2.3\text{-}3)$$

A pressão adimensional

$$p^* = \frac{p}{\dfrac{\rho \, \|U_R\|^2}{2}} \qquad (2.3\text{-}4)$$

A equação para o balanço de massa adimensionalizada fica, para $\underset{\sim}{v}^*$ paralelo ao plano $z_1^* z_2^*$

$$\frac{\partial}{\partial z_1^*} v_1^* + \frac{\partial}{\partial z_2^*} v_2^* = 0 \qquad (2.3\text{-}5)$$

Tomando-se a equação (2.1-9) e simplificando-a através da equação (2.2-11), tem-se

$$\varepsilon\, \bar{\rho}\, (\text{grad}\ \underset{\sim}{v})\ \underset{\sim}{v} = -\ \text{grad}\ (p\ \underset{\sim}{1}) + \underset{\sim}{m} + \varepsilon\, \bar{\rho}\, \underset{\sim}{g} \qquad (2.3\text{-}6)$$

Multiplicando-se ambos os lados da equação por

$$\frac{2\ D_e}{\rho\ \|\underset{\sim}{U}_R\|^2}$$

obtém-se o mesmo que a aplicação das equações (2.3-2), (2-3-3)e (2.3-4). Assim a equação adimensionalizada para o balanço de quantidade de movimento fica

$$(\text{grad}\ \underset{\sim}{v}^*)\ \underset{\sim}{v}^* = -\ \text{grad}\ (p^*\ \underset{\sim}{1}) + \underset{\sim}{m}^* + \underset{\sim}{g}^* \qquad (2.3\text{-}7)$$

Tomando-se $\underset{\sim}{v}^*$ paralelo ao plano $z_1^* z_2^*$ a equação (2.3-7) torna-se

$$\left(\frac{\partial}{\partial z_1^*}\ \underset{\sim}{v}^*\ \underset{\sim}{e}_1\ \frac{\partial}{\partial z_2^*}\ \underset{\sim}{v}^*\ \underset{\sim}{e}_2 \right)\ \underset{\sim}{v}^* =$$

$$= -\left(\frac{\partial}{\partial z_1^*}\ p^*\ \underset{\sim}{e}_1 + \frac{\partial}{\partial z_2^*}\ p^*\ \underset{\sim}{e}_2 \right) + m_1^*\ \underset{\sim}{e}_1 + m_2^*\ \underset{\sim}{e}_2 +$$

$$+\ g^*\ \underset{\sim}{e}_2 \qquad (2.3\text{-}8)$$

Assim

$$g^* = \frac{2}{\|\underset{\sim}{U}_R\|}\ g \qquad (2.3\text{-}9)$$

e

$$\underset{\sim}{m}^* = \frac{2\ D_e}{\rho\ \|\underset{\sim}{U}_R\|^2}\ \underset{\sim}{m} \qquad (2.3\text{-}10)$$

Dessa maneira, $\underset{\sim}{m}^*$ pode ser representado por

$$\underset{\sim}{m}^* = \underset{\sim}{R}_\chi^*\ \underset{\sim}{v}^* \qquad (2.3\text{-}11)$$

CAPÍTULO 3

ALGUNS PARÂMETROS GEOMÉTRICOS

Este capítulo destina-se a dar significado físico às definições feitas, dentro do sistema real proposto.

São utilizados basicamente dois tipos de arranjos, quadrangular e triangular, cuja nomenclaruta está indicada na figura 3.

RAZÃO DE ASPECTO β - é a relação entre a distância entre centros das barras e o diâmetro das mesmas

$$\beta = \frac{\lambda}{d} \tag{3-1}$$

POROSIDADE ε - é a relação entre o volume ocupado pelo fluido e o volume total do meio, podendo ser calculada a partir da área da seção reta do arranjo de barras, como mostrado na figura 3.

Para um arranjo quadrangular, a porosidade é dada por

$$\varepsilon = 1 - \frac{\Pi}{4\beta^2} \tag{3-2}$$

ou

$$\varepsilon = 1 - \frac{0,785}{\beta^2} \tag{3-3}$$

e para arranjo triangular

$$\varepsilon = 1 - \frac{\Pi}{4\beta^2 \cos 30^o} \tag{3-4}$$

ou

$$\varepsilon = 1 - \frac{0,907}{\beta^2} \tag{3-5}$$

<u>DIÂMETRO EQUIVALENTE</u> D_e - é definido pela expressão[12] (2.3-1)

$$D_e = 4 \; \frac{\text{Área da Seção Reta}}{\text{Perímetro Molhado}} \tag{3-6}$$

que para o arranjo quadrangular pode ser indicada por

$$D_e = 4 \; \frac{\left(\lambda^2 - \frac{\Pi d^2}{4}\right)}{\Pi \; d} \tag{3-7}$$

o que em termos de porosidade fica

$$D_e = \frac{\varepsilon}{1-\varepsilon} \; d \tag{3-8}$$

No caso de arranjo triangular D_e é dado por

$$D_e = 4 \; \frac{\frac{\lambda^2 \cos 30^\circ}{2} - \frac{\Pi d^2}{8}}{\frac{\Pi \; d}{2}} \tag{3-9}$$

o que posto em função de ε resulta

$$D_e = \frac{\varepsilon}{1-\varepsilon} \; d \tag{3-10}$$

Chamando-se

$$\zeta = \frac{\varepsilon}{1-\varepsilon} \tag{3-11}$$

D_e pode ser indicado, para os dois tipos de arranjo por

$$D_e = \zeta \; d \tag{3-12}$$

<u>POROSIDADE FICTÍCIA</u> ξ_χ - no capítulo 4 será introduzida a porosidade fictícia com a finalidade de corrigir a velocidade de referência na expressão para a perda de carga no escoamento trans

versal a um arranjo de barras. Assim, ξ é definido por

$$v = \xi \, v_m \tag{3-13}$$

Pode-se calcular $\xi_\square$, isto é a porosidade fictícia para arranjo quadrangular pela relação

$$\xi_\square = \frac{\lambda \ (\lambda - d)}{\varepsilon \ \lambda^2} \tag{3-14}$$

a qual em termos de ε apenas fica

$$\xi_\square = \varepsilon^{-1} \left[1 - 1{,}128 \ (1-\varepsilon)^{0,5} \right] \tag{3-15}$$

ξ_Δ é calculada por

$$\xi_\Delta = \frac{(\lambda-d) \ \lambda \cos 30^o}{\varepsilon(\lambda^2 \cos \ 30^o)} \tag{3-16}$$

que como função de ε fica

$$\xi_\Delta = \varepsilon^{-1} \left[1 - 0{,}952 \ (1-\varepsilon)^{0,5} \right] \tag{3-17}$$

<u>VELOCIDADE DE REFERÊNCIA</u> U_R - é a velocidade tomada como padrão para a adimensionalização das equações de balanço. Pode ser igual a norma da velocidade quando o escoamento for uniforme, ou calculada a partir do quociente da vazão volumétrica de fluido pela área da seção reta da região por onde passa o fluido. É utilizada também para o cálculo do Número de Reynolds.

CAPÍTULO 4

A FORÇA RESISTIVA

4.1 A PERDA DE CARGA

Da equação (2.2-12) pode-se determinar uma maneira de se obter uma expressão para a força resistiva. Este seria o cálculo da perda de carga por unidade de comprimento em um escoamento através de um arranjo de barras nas direções axial e transversal.

A fórmula de Darcy para a perda de carga em dutos ou canais fechados com comprimento L é

$$\Delta p = f^* \frac{\rho v^2}{2} \frac{L}{D_e} \qquad (4.1\text{-}1)$$

Semelhantemente pode-se escrever esta fórmula para o escoamento perpendicular a um feixe de barras como

$$\Delta p = f^* \frac{\rho {v_m}^2}{2} N \qquad (4.2\text{-}2)$$

Onde v_m é a velocidade máxima do fluido ao passar entre as barras e N é o número de fileiras de tubos que foram cruzadas pelo fluido. Esse tipo de escoamento é analisado usualmente como sendo através de obstáculos.

Para tornar as equações (4.1-1) e (4.1-2) funções das mesmas variáveis, pode-se fazer com que

$$\frac{L}{D_e} = N \qquad (4.1\text{-}3)$$

e corrigir a velocidade na equação (4.1-2) através de um fator ξ definido no capítulo 3 por

$$v = \xi \; v_m \tag{4.1-4}$$

e chamado "Porosidade Fictícia", e tomará valor igual a um para o escoamento na direção axial.

Assim, as equações (4.1-1) e (4.1-2) podem ser escri - tas da mesma maneira

$$\Delta p = f^* \; \xi^{-2} \; \frac{\rho v^2}{2} \; \frac{L}{D_e} \tag{4.1-5}$$

O gradiente de pressão em uma direção "i" pode ser a- proximado por

$$\frac{\partial}{\partial z_i} p \cong \frac{\Delta p}{L} = f_i^* \; \xi_i^{-2} \; \frac{\rho v_I^{\,2}}{2 \, D_e} \tag{4.1-6}$$

De acordo com o critério de adimensionalização exposto no capítulo anterior, o gradiente de pressão adimensional na di reção "i" é

$$\frac{\partial}{\partial z_i^*} p^* = f_i^* \; \xi_i^{-2} \; \frac{\rho v_i^{\,2}}{2 \, D_e} \; \left(\frac{2 \, D_e}{\rho \, ||U_R||^2} \right) \tag{4.1-7}$$

Assim

$$\frac{\partial}{\partial z_i^*} p^* = f^* \; \xi_i^{-2} \; (v_i^*)^2 \tag{4.1-8}$$

4.2 DETERMINAÇÃO DAS EQUAÇÕES CONSTITUTIVAS

Pelas equações (2.2-12) e (2.2-13) tem-se que

$$\underset{\sim}{m}^* = \text{grad } p^* = \underset{\sim}{R}^*_\chi \; \underset{\sim}{v}^* \qquad (4.2\text{-}1)$$

Pela equação (4.1-8), pode-se escrever $\underset{\sim}{m}^*$ em termos de componentes como

$$m_i^* = \frac{\partial}{\partial z_i^*} p^* = f^* \xi_i^{-2} (v_i^*)^2 \qquad (4.2\text{-}2)$$

Estabelecendo-se que as componentes do tensor resistividade $\underset{\sim}{R}^*_\chi$ são funções da porosidade e da norma da velocidade adimensional, como no Teorema de Wang, tem-se que

$$\underset{\sim}{R}^*_\chi = \underset{\sim}{R}^*_\chi \; (\varepsilon, \|\underset{\sim}{v}^*\|) \qquad (4.2\text{-}3)$$

Como

$$v_1^* = \|\underset{\sim}{v}^*\| \text{ sen } \theta \qquad (4.2\text{-}4)$$

e

$$v_2^* = \|\underset{\sim}{v}^*\| \cos \theta \qquad (4.2\text{-}5)$$

e lembrando-se que $\xi_2 = 1$, pode-se escrever a equação (4.2-2) com auxílio das equações (4.2-3), (4.2-4) e (4.2-5) nas direções "1" e "2"

$$m_1^* = R_{11}^* (\varepsilon, \|\underset{\sim}{v}^*\|) \; v_1^* = f_1^* \; \xi_\chi^{-2} \text{sen } \theta \; \|\underset{\sim}{v}^*\| \; v_1^* \qquad (4.2\text{-}6)$$

$$m_2^* = R_{22}^* (\varepsilon, \|\underset{\sim}{v}^*\|) \; v_2^* = f_2^* \; \cos \theta \; \|\underset{\sim}{v}^*\| \; v_2^* \qquad (4.2\text{-}7)$$

Resta agora determinar os coeficientes f_1^* e f_2^* nas equações (4.2-6) e (4.2-7), o que será feito a seguir.

4.3 DEFINIÇÃO DE FATOR DE ATRITO

O fator de atrito no escoamento dentro de um tubo é definido pela expressão

$$f^* = \frac{\Delta p}{\frac{L}{D} \frac{\rho v^2}{2}} \tag{4.3-1}$$

que pode ser interpretado como relação entre as forças de pressão e de inércia, sendo igual ao dobro do Número de Euler.

Para tubos lisos de seção circular, Moody apresenta a correlação[12]

$$\frac{1}{\sqrt{f^*}} = 2 \log \left(Re \sqrt{f^*} \right) - 0{,}8 \tag{4.3-2}$$

que é uma relação funcional da forma

$$Eu = f\ (Re) \tag{4.3-3}$$

A relação (4.3-3) foi utilizada nos trabalhos de Rowe[15] e Jakob[8] para a determinação dos fatores de atrito nos escoamentos em arranjos de barras de seção circular nas direções axial e transversal.

4.4 ESCOAMENTO AXIAL

Rowe[15] testou seis dispositivos, com cinco porosidades diferentes mostrados na figura 5, resultando a expressão da forma

$$f^* = \alpha_1 \; Re^{\alpha_2} \tag{4.4-1}$$

Nesta expressão os coeficientes α_1 e α_2 são resultantes de cada dispositivo e estão indicados na tabela 1 como função de sua porosidade.

TABELA 1 - COEFICIENTES DA EXPRESSÃO DE ROWE

ε	α_1	α_2
0,55	0,1566	- 0,1869
0,53	0,2182	- 0,2196
0,49	0,2625	- 0,2410
0,43	0,2112	- 0,2110
0,42	0,3746	- 0,2725

Para ε = 0,49 Rowe propõe duas expressões

$$f^* = 0,2008 \; Re^{-0,2142}$$

e

$$f^* = 0,3431 \; Re^{-0,2678}$$

o valor apresentado na tabela é a média das duas expressões.

Os dados de Rowe estão plotados na figura 6 onde se pode observar seu comportamento. Dela se pode aferir que tanto os coeficientes lineares como os coeficientes angulares das retas mostradas sejam funções da porosidade ε.

Escrevendo-se a expressão de Rowe após ser aplicada a função logaritmo a ambos os lados resulta

$$\log f^* = \alpha_2 \log Re + \log \alpha_1 \qquad (4.4\text{-}2)$$

da qual pode-se tirar duas funções $f_1(\varepsilon)$ e $f_2(\varepsilon)$ as quais são definidas como

$$f_1(\varepsilon) = \log \alpha_1 \qquad (4.4\text{-}3)$$

(coeficiente linear)

$$f_2(\varepsilon) = \alpha_2 \qquad (4.4\text{-}4)$$

(coeficiente angular)

Ambas podem ser determinadas por meio de regressão linear[23] a partir dos dados da tabela com os coeficientes para as expressões de Rowe. O resultado obtido por meio desse método numérico são as expressões

$$f_1(\varepsilon) = -1{,}724\ \varepsilon + 0{,}205 \qquad (4.4\text{-}5)$$

$$f_2(\varepsilon) = 0{,}366\ \varepsilon - 0{,}403 \qquad (4.4\text{-}6)$$

mostradas nas figuras 7 e 8 respectivamente.

Sendo assim, a equação (6.2-7) pode ser escrita como

$$m_2^* = 10^{f_1(\varepsilon)} Re^{f_2(\varepsilon)} \cos\theta\ ||\underset{\sim}{v}^*||\ v_2^* \qquad (4.4\text{-}7)$$

Mas o Número de Reynolds nesta equação refere-se a velocidade na direção axial, então, pela equação (4.2-3), a equação (4.4-7) fica

$$m_2^* = 10^{f_1(\varepsilon)} \left(\frac{D_e \, \|\underset{\sim}{v}\| \cos\theta}{\nu} \right)^{f_2(\varepsilon)} \cos\theta \, \|\underset{\sim}{v}^*\| \, v_2^* \tag{4.4-8}$$

Redefinindo o Número de Reynolds por

$$Re = \frac{\|v\| \, D_e}{\nu} \tag{4.4-9}$$

A equação (4.4-7) fica

$$m_2^* = 10^{f_1(\varepsilon)} Re^{f_2(\varepsilon)} (\cos\theta)^{f_2(\varepsilon)+1} \|\underset{\sim}{v}^*\| \; \underset{\sim}{v} \tag{4.4-10}$$

Assim

$$R_{22}^* = 10^{f_1(\varepsilon)} Re^{f_2(\varepsilon)} (\cos\theta)^{f_2(\varepsilon)+1} \|\underset{\sim}{v}^*\| \tag{4.4-11}$$

Portanto, a força resistiva será escrita como

$$m_2^* = 10^{(-1,724\varepsilon+0,205)} Re^{(0,366\varepsilon-0,403)} (\cos\theta)^{(0,366\varepsilon-0,597)} \|\underset{\sim}{v}^*\| \quad v_2^* \tag{4.4-12}$$

onde

$$R_{22}^* = 10^{(-1724\varepsilon+0,205)} Re^{(0,366\varepsilon-0,403)} (\cos\theta)^{(0,366\varepsilon-0,597)} \|\underset{\sim}{v}^*\| \tag{4.4-13}$$

Como se pode observar na figura 5, as expressões (4.4-12) e (4.4-13) são resultantes de arranjos quadrangulares, triangulares e misto, dessa maneira, a força resistiva para um escoamento na direção axial de um arranjo de barras de seção circular é função apenas da porosidade e da velocidade.

4.5 ESCOAMENTO TRANSVERSAL

Jakob[8], ao analisar os mesmos dados que Griminson[5], obteve duas correlações, uma para arranjo triangular e outra para arranjo quadrangular

$$f^*_\Delta = Re^{-0,16} \left[0,25 + \frac{0,1175}{(\beta-1)^{1,08}} \right] \qquad (4.5\text{-}1)$$

e

$$f^* = Re^{-0,15} \left[0,044 + \frac{0,08\ \beta}{(\beta-1)^{0,43} + \frac{1,13}{\beta}} \right] \qquad (4.5\text{-}2)$$

(Para as duas equações $5000 < Re < 40000$)

nas quais o Número de Reynolds refere-se ao diâmetro da vareta (não ao diâmetro equivalente) e à velocidade máxima do fluido entre as varetas.

Invertendo-se as equações (4-3) e (4-5) obtém-se para arranjo triangular e quadrangular, respectivamente

$$\beta = \frac{0,952}{(1-\varepsilon)^{0,5}} \qquad (4.5\text{-}3)$$

$$\beta = \frac{0,886}{(1-\varepsilon)^{0,5}} \qquad (4.5\text{-}4)$$

Substituindo-se estes valores nas equações (4.5-1) e (4.5-2), obtém-se

$$f^*_\Delta = \left[0{,}25 + \frac{0{,}1175}{\left[\dfrac{0{,}952}{(1-\varepsilon)^{0,5}} - 1\right]^{1,08}} \right] Re^{-0,16} \qquad (4.5\text{-}5)$$

$$f^*_\square = \left[0{,}044 + \frac{0{,}0709}{(1-\varepsilon)^{0,5}\left[\dfrac{0{,}886}{(1-\varepsilon)^{0,5}} - 1\right]^{0,43+1,725(1-\varepsilon)^{0,5}}} \right] Re^{-0,15}$$

(4.5-6)

Colocando-se as equações (4.5-5) e (4.5-6) na forma logarítmica tem-se

$$\log f^*_\Delta = g_1(\varepsilon) - 0{,}16 \log Re \qquad (4.5\text{-}7)$$

$$\log f^*_\square = h_1(\varepsilon) - 0{,}15 \log Re \qquad (4.5\text{-}8)$$

onde

$$g_1(\varepsilon) = \log \left[0{,}25 + \frac{0{,}1175}{\left[\dfrac{0{,}952}{(1-\varepsilon)^{0,5}} - 1\right]^{1,08}} \right] \qquad (4.5\text{-}9)$$

e

$$h_1(\varepsilon) = \log \left[0{,}044 + \frac{0{,}0709}{(1-\varepsilon)^{0,5}\left[\dfrac{0{,}886}{(1-\varepsilon)^{0,5}} - 1\right]^{0,43+1,725(1-\varepsilon)^{0,5}}} \right]$$

(4.5-10)

Traçando-se por pontos as curvas dadas pelas equações (4.5-9) e (4.5-10) tem-se por meio de regressão linear[23] mostradas nas figuras 9 e 10

$$g_1(\varepsilon) = - 1{,}148\ \varepsilon + 0{,}369 \qquad (4.5\text{-}11)$$

$$h_1(\varepsilon) = - 3{,}003\ \varepsilon + 1{,}34 \qquad (4.5\text{-}12)$$

Deve-se agora, como já estabelecido, corrigir a velocidade e o diâmetro no Número de Reynolds das equações (4.5-5) e (4.5-6).

A equação (4.2-6) pode ser escrita, para arranjo triangular, aplicando-se as equações (3.12) e (3.13), como

$$m_1^{\Delta *} = 10^{g_1(\varepsilon)}\ \xi_\Delta^{-2}\ \left(\frac{||\underset{\sim}{v}||}{\xi_\Delta}\ \mathrm{sen}\ \theta\ \frac{D_e}{\zeta}\ \frac{1}{\nu} \right)^{-0{,}16} \mathrm{sen}\theta\ ||\underset{\sim}{v}^*||\ v_1^* \qquad (4.5\text{-}13)$$

Logo

$$m_1^{\Delta *} = 10^{g_1(\varepsilon)}\ \xi_\Delta^{-1{,}84}\zeta^{0{,}16}\ Re^{-0{,}16}(\mathrm{sen}\theta)^{0{,}84}\ ||\underset{\sim}{v}^*||\ v_1^* \qquad (4.5\text{-}14)$$

Para arranjo quadrangular a equação (4.2-6) torna-se

$$m_1^{\square *} = 10^{h_1(\varepsilon)}\ \xi_\square^{-2}\ \left(\frac{||\underset{\sim}{v}||}{\xi}\ \mathrm{sen}\ \theta\ \frac{D_e}{\zeta}\ \frac{1}{\nu} \right)^{-0{,}15} \mathrm{sen}\theta\ ||\underset{\sim}{v}^*||\ v_1^* \qquad (4.5\text{-}15)$$

Logo

$$m_1^{\square *} = 10^{h_1(\varepsilon)}\ \xi_\square^{-1{,}85}\zeta^{0{,}15}Re^{-0{,}15}\ (\mathrm{sen}\theta)^{0{,}85}\ ||\underset{\sim}{v}^*||\ v_1^* \qquad (4.5\text{-}16)$$

Retirando-se das equações (4.5-14) e (4.5-16) os termos ξ e ζ pode-se escrever

$$\log\ (\xi_{\Delta}^{-1,84}\ \zeta^{0,16}) = g_2(\varepsilon) \qquad (4.5\text{-}17)$$

$$\log\ (\xi_{\square}^{-1,85}\ \zeta^{0,15}) = h_2(\varepsilon) \qquad (4.5\text{-}18)$$

as quais fornecem as expressões

$$g_2(\varepsilon) = 0,261\ \varepsilon + 0,207 \qquad (4.5\text{-}19)$$

e

$$h_2(\varepsilon) = -1,458\ \varepsilon + 1,464 \qquad (4.5\text{-}20)$$

mostradas nas figuras 11 e 12.

Assim, as equações (4.5-14) e (4.5-16) são escritas como

$$m_1^{\Delta *} = 10^{g_1(\varepsilon)}\ 10^{g_2(\varepsilon)}\ Re^{-0,16}\ (\operatorname{sen}\theta)^{0,84}\ \|\underset{\sim}{v}^*\|\ v_1^* \qquad (4.5\text{-}21)$$

e

$$m_1^{\square *} = 10^{h_1(\varepsilon)}\ 10^{h_2(\varepsilon)}\ Re^{-0,15}\ (\operatorname{sen}\theta)^{0,85}\ \|\underset{\sim}{v}^*\|\ v_1^* \qquad (4.5\text{-}22)$$

Chamando-se

$$g(\varepsilon) = g_1(\varepsilon) + g_2(\varepsilon) \qquad (4.5\text{-}23)$$

$$h(\varepsilon) = h_1(\varepsilon) + h_2(\varepsilon) \qquad (4.5\text{-}24)$$

então

$$g(\varepsilon) = -0,887\ \varepsilon + 0,576 \qquad (4.5\text{-}25)$$

e

$$h(\varepsilon) = -4,461\ \varepsilon + 2,840 \qquad (4.5\text{-}26)$$

cujo comportamento é mostrado nos gráficos das figuras 13 e 14.

Assim, as equações (4.5-25) e (4.5-26) ficam

$$m_1^{\Delta *} = 10^{(-0,881\ \varepsilon\ +\ 0,576)}\ Re^{-0,16}\ (\text{sen}\theta)^{0,84}\ ||\underset{\sim}{v}^*||\ \ v_1^* \qquad (4.5\text{-}27)$$

$$m_1^{\square *} = 10^{(-4,467\ \varepsilon\ +\ 2,840)}\ Re^{-0,15}\ (\text{sen}\theta)^{0,85}\ ||\underset{\sim}{v}^*||\ \ v_1^* \qquad (4.5\text{-}28)$$

onde

$$R_{11}^{\Delta *} = 10^{(-0,881\ \varepsilon\ +\ 0,576)}\ Re^{-0,16}\ (\text{sen}\theta)^{0,84}\ ||\underset{\sim}{v}^*|| \qquad (4.5\text{-}29)$$

$$R_{11}^{\square *} = 10^{(-4,467\ \varepsilon\ +\ 2,840)}\ Re^{-0,15}\ (\text{sen}\theta)^{0,85}\ ||\underset{\sim}{v}^*|| \qquad (4.5\text{-}30)$$

4.6 O TENSOR RESISTIVIDADE

Nas seções 4.4 e 4.5 foram determinadas as funções constitutivas para os escoamentos através de um arranjo de barras de seção circular nas direções axial e transversal.

A força resistiva para o escoamento na direção axial mostrou ser função da velocidade adimensional e da porosidade do meio, não importando o tipo de arranjo adotado.

Já no escoamento na direção transversal deve-se considerar a configuração do meio, isto é, deve ser levada em consideração a informação microscópica do tipo de arranjo adotado. Isto se deve ao fato de que a velocidade de referência adotada por Jakob ser a velocidade máxima entre as varetas, diferente para os dois tipos de arranjos analisados.

Assim, a equação para a força resistiva adimensional deve ser escrita, para cada configuração de barras ou tubos analisada, como função de $\|\underset{\sim}{v}\|$ e ε.

O Número de Reynolds que surge nas expressões para a força resistiva (4.4-12), (4.5-27) e (4.5-28), deve ser encarado como um parâmetro microscópico, pois perde seu significado na Teoria empregada.

Para escoamento através de um arranjo triangular, o tensor resistividade fica

$$\underset{\sim}{R}^{\Delta *} = \begin{vmatrix} 10^{(-0,887\varepsilon+0,576)}\, Re^{-0,16}\, (\operatorname{sen}\theta)^{0,84}\, \|\underset{\sim}{v}^*\| & 0 \\ 0 & 10^{(-1,724\varepsilon+0,205)} Re^{(0,366\varepsilon-0,403)} (\cos\theta)^{(0,366\varepsilon+0,597)} \|\underset{\sim}{v}^*\| \end{vmatrix} \tag{4.6-1}$$

Para arranjo quadrangular

$$\underset{\sim}{R}^{*} = \begin{vmatrix} 10^{(-4,461\varepsilon+2,840)}\, Re^{-0,15}\, (\text{sen}\theta)^{0,85}\, \|\underset{\sim}{v}\| & 0 \\ 0 & 10^{(-1,724\varepsilon+0,205)} Re^{(0,366\varepsilon-0,403)} (\cos\theta)^{(0,366\varepsilon+0,597)} \|\underset{\sim}{v}^{*}\| \end{vmatrix}$$

(4.6-2)

As expressões (4.6-1) e (4.6-2) indicam que o gradiente de pressão, isto é, a força resistiva, tem a direção diferente do vetor velocidade quando o ângulo de incidência do fluido (velocidade), θ, é diferente de zero ou noventa graus. A figura 15 mostra a nomenclatura dos ângulos que esses vetores fazem com o eixo de uma vareta.

Como a força resistiva é dada por

$$\underset{\sim}{m}^{*} = \underset{\sim}{R}^{*}_{X}\ \underset{\sim}{v}^{*} \qquad (4.6\text{-}3)$$

pode-se examinar seu comportamento para uma situação tomada como exemplo. Sejam portanto, dois sistemas tais como o que foi exposto na introdução deste trabalho - um com arranjo triangular, outro com arranjo quadrangular, e ambos com a mesma porosidade $\varepsilon = 0,45$.

Através de cada um destes arranjos um fluido escoa com Número de Reynolds 10000.

Nas figuras 16, 17 e 18 observa-se o comportamento das componentes da força resistiva $m_1^{\Delta *}$, $m_1^{\square *}$ e m_2^{*} em relação ao ângulo de incidência do fluido. Note-se que no escoamento axial m_2^{*} não é função da configuração.

Nas figuras 19 e 20 pode-se verificar o comportamento da norma da força resistiva como função do ângulo de incidência do vetor velocidade nos dois tipos de arranjo estudados.

Os gráficos das figuras 21 e 22 indicam a variação do ângulo do gradiente de pressão, isto é, da força resistiva, com o ângulo de incidência do vetor velocidade em arranjos triangular e quadrangular respectivamente.

A diferença entre os ângulos da velocidade e da força resistiva nos dois tipos de arranjo estudado está nas figuras 23 e 24.

CAPÍTULO 5

COMPARAÇÃO COM EXPERIMENTO

5.1 DESCRIÇÃO DA EXPERIÊNCIA

Para verificação do modelo estabelecido neste trabalho foi projetada uma pequena experiência[24]. Foi construído um dispositivo no qual eram instaladas quatro seções de teste diferentes, cada qual feita em forma de módulo, mostrados nas figuras 25 e 26.

Nesses módulos, foram colocadas varetas de alumínio com seção circular e diâmetro 3,2mm, afastadas entre si por anéis plásticos de espessura 0,52mm adaptados nas extremidades de cada vareta. Essas varetas foram colocadas no interior dos módulos em ângulos de 30°, 45°, 60° e 90°, em arranjo aleatório, sustentadas por hastes de latão e apoiadas nos extremos em colchões de borracha macia.

O esquema do dispositivo com suas dimensões básicas está mostrado na figura 27.

Através desse dispositivo, fez-se passar ar impulsionado por um túnel de vento marca Intertech Corporation - Low Turbulence Wind Tunnel. Este equipamento está situado na Laboratório Pesado de Fenômenos de Transporte do Programa de Engenharia Mecânica da COPPE/UFRJ.

Para dirigir-se o ar para o dispositivo, foi feita uma moldura retangular com bordas de seção semicircular feitas de

P.V.C. A seguir o ar era dirigido para a seção de testes através de um distribuidor ali colocado com a finalidade de uniformizar o fluxo de ar antes de atingir o feixe de varetas.

Após a seção de testes foi colocada uma peça com forma de tronco de pirâmide, cuja base maior era adaptada ao túnel de vento, e a base menor à seção de testes.

Na parede lateral de cada módulo foram feitas 3 tomadas de pressão. Benedict[25] indica a geometria e a relação entre as dimensões, mostradas na figura 28, que devem ser adotadas, assim

$$D_t \simeq 2\ d_t \tag{5.1-1}$$

$$0,5 < \ell_t/d_t < 6,0 \tag{5.1-2}$$

sendo escolhido

$$d_t = 1\ \text{mm} \tag{5.1-3}$$

$$\frac{\ell_t}{d_t} = 5,0 \tag{5.1-4}$$

As tomadas foram feitas na parede adjacente as varetas, dispostas em ângulo de noventa graus, separadas nas direções axial e transversal às varetas de uma distância igual a 10 d, isto é, 32mm.

Na parte externa da parede, foi colocada sobre cada tomada uma conexão para unir cada uma delas aos tubos destinados a enviar o sinal de pressão da tomada ao manômetro.

A figura 29 indica o circuito de mangueiras que leva o sinal de pressão a um micro-manômetro eletrônico de marca Furness Control Limited, modelo MDC. Este aparelho, com escalas

(1X), (2X) e (5X), e fundo de escala, em (1X) equivalente a uma polegada de coluna de água, foi conectado a um multímetro digital de marca Hewlett-Packard modelo 3490-A.

A velocidade do ar foi medida por meio de um tubo de Pitot de marca Dwyer (F.W. Dwyer Manufacturing Co.), conectado a um micro-manômetro CGS Scientific Corp. modelo MM-3 tipo Prandtl com tubo inclinado móvel, contendo como líquido manométrico Butanol-1.

A razão de serem usados dois manômetros diferentes, residiu no fato de as pressões de velocidades serem muito baixas, e o micro-manômetro eletrônico, influenciado pela grande variação da temperatura do ar no local de teste ao longo do dia e as oscilações na voltagem da rede elétrica, perturbava o resultado medido. Por esta razão, usou-se o micro-manômetro tipo Prandtl para a velocidade. Este último não foi usado na medição de quedas de pressão por ter resposta muito lenta, demorando muito a estabilizar o nível do fluido manométrico.

Com o objetivo de reduzir-se a influência da temperatura do meio externo nos micro-manômetros, estes foram revestidos de isolante térmico isopor. Este procedimento diminuiu a variação de temperatura nos aparelhos, reduzindo a flutuação na leitura do multímetro digital e tornando mais lenta a variação na densidade do Butanol-1.

Para a determinação da pressão de velocidade, a densidade do Butanol-1 foi calculada através da expressão[26]

$$\rho_B = 0{,}8239 - 6{,}99 \cdot 10^{-4}\ T - 3{,}2 \cdot 10^{-7}\ T^2 \qquad (5.1\text{-}5)$$

onde T é dada em graus centígrados e ρ_B é obtida em g/cm^3.

Por meio do dispositivo de regulagem existente junto ao ventilador do túnel pôde-se variar a velocidade do ar na seção de testes. Para cada velocidade foi medida a queda de pressão nas direções axial e transversal às varetas, tomando-se como referência a tomada situada no vértice do conjunto de tomadas de pressão, indicada na figura 31 pelo número 3.

Os resultados obtidos estão na tabela 2 junto com as características de cada módulo. As velocidades e quedas de pressão foram representadas pelos grupos adimensionais característicos

$$Re = \frac{\rho \frac{q}{\varepsilon} D_e}{\mu} \qquad (5.1\text{-}6)$$

$$\Delta p^* = 2\ Eu = 2\ \frac{\Delta p}{L}\ \frac{D_e}{\rho \left(\frac{q}{\varepsilon}\right)^2} \qquad (5.1\text{-}7)$$

Nas expressões (5.1-6) e (5.1-7) a densidade é calculada através da seguinte relação[28]

$$\rho_A = \frac{0{,}001293}{1 + 0{,}00367\ T}\ \frac{H}{76} \qquad (5.1\text{-}8)$$

onde H é a pressão atmosférica dada em cm de coluna de mercúrio, T é a temperatura em graus centígrados e a densidade ρ é obtida em g/cm^3.

Para o cálculo do Número de Reynolds, a viscosidade foi determinada a partir da expressão

$$\mu_A = (0{,}05\ T + 17{,}14)\ .\ 10^{-5} \qquad (5.1\text{-}9)$$

obtida por Regressão Linear[7] a partir de valores tabelados na referência [27] e indicados junto com a expressão (5.1-9) na figura 30.

TABELA 2 - RESULTADOS DA EXPERIÊNCIA

Módulo - 90^o		Re	m_1^*	
A_{total}	5974 mm^2	1230,24	1,082	
$A_{1\ vareta}$	8,043 mm^2	1220,65	0,989	
$A_{sólido}$	2815,05 mm^2	1183,41	0,945	
ε = 0,53		1054,85	0,935	
D_e = 3,59 mm				
Módulo - 45^o		**Re**	**m_1^***	**m_2^***
A_{total}	5162 mm^2	1334,95	0,698	0,650
$A_{1\ vareta}$	8,043 mm^2	1293,0	0,713	0,07
$A_{sólido}$	2412,9 mm^2	1185,70	0,709	0,071
ε = 0,53		1031,31	0,730	0,076
D_e = 3,65 mm				
Módulo - 60^o		**Re**	**m_1^***	**m_2^***
A_{total}	5605 mm^2	1117,41	2,967	0,703
$A_{1\ vareta}$	8,043 mm^2	935,07	2,010	0,125
$A_{sólido}$	2469,2 mm^2			
ε = 0,56				
D_e = 4,0				

5.2 ANÁLISE DOS RESULTADOS

Dos quatro módulos construídos, foi abandonado o de 30^o devido as dificuldades de montagem. Os de 45^o e 90^o apresentaram porosidade $\varepsilon = 0{,}53$ e o de 60^o apresentou $\varepsilon = 0{,}55$. Essa diferença na porosidade foi ocasionada pela distribuição aleatória das varetas, o que não permitiu um controle preciso deste fator.

Como, para uma mesma porosidade, o valor da queda de pressão é maior para o escoamento transversal através de um arranjo quadrangular do que para um arranjo triangular, o resultado mostrado na figura 31 era esperado devido à desordem das varetas no módulo.

Resultado semelhante é mostrado na figura 32 onde estão os valores obtidos na direção transversal do módulo de 45^o. A figura 33 indica a diferença entre os valores medidos e o calculado na direção axial do módulo de 45^o. Esta diferença é atribuida ao fato de que as varetas em arranjo aleatório formem canais, na direção axial, com largura e ângulo diferente de calculado.

Este fenômeno foi também a causa dos valores obtidos com o módulo de 60^o, cuja porosidade medida foi maior e os valores obtidos na experiência foram incompatíveis com os resultados obtidos nos outros módulos.

Mesmo assim, os dados de 60^o foram utilizados, juntamente com os de 45^o, para comparação com o valor dos ângulos ∂ e ψ mostrados nas figuras 34 e 35, as quais indicam haver boa concordância entre os valores medidos e os valores calculados.

CAPÍTULO 6

COMPARAÇÃO COM DADOS DA LITERATURA

Böttgenbach[3] testou uma série de dispositivos com varetas de 2 cm de diâmetro e distância entre centros de 2,4cm. Todas elas apresentavam arranjo quadrangular e ângulo de incidência de fluxo de 30^o, 45^o, 60^o, 75^o e 90^o. Este autor apresenta a expressão para o gradiente de pressão como

$$\text{grad } p = - \frac{\rho}{2} \, \| \underset{\sim}{v} \| \, \underline{\zeta} \, \underset{\sim}{v} \tag{6.1}$$

onde o fator $\underline{\zeta}$ é dado por

$$\underline{\zeta} = \begin{vmatrix} 413 \, Re^{-0,14} \sin^{0,9} \theta & 0 \\ & \\ 0 & 3,74 \, Re^{-0,0626} (\cos(0,9\theta))^{-2} \end{vmatrix} \tag{6.2}$$

Sendo este resultado apresentado em forma dimensional não é possível fazer-se uma comparação direta desses valores. Entretanto, a figura 36 permite observar o comportamento das expressões acima, bem semelhante ao mostrado na figura 20.

Na figura 37 pode-se observar o comportamento de δ com relação ao ângulo de incidência da velocidade θ nos dispositivos de Böttgenbach.

Na figura 38 é feita a comparação entre os valores de δ teóricos e experimentais de Böttgenbach para Re = 200000 com os obtidos usando-se as expressões (4.4-12) e (4.5-28).

Essa comparação é feita novamente da mesma maneira para o ângulo ϕ do gradiente de pressão na figura 39. Deve-se observar que as expressões (6.1) e (6.2) são aplicáveis somente ao sistema estudado por Böttgenbach descrito neste capítulo, a fim de verificar uma teoria proposta por Ziegler[2]. Os resultados teóricos de Böttgenbach mostrados nas figuras 38 e 39 foram obtidos através do método numérico.

As curvas obtidas com a presente teoria mostradas nas figuras 38 e 39 resultam da extrapolação do valor de $m_1^{\square *}$ acima de Re = 40000.

Butterworth[4] apenas propõe um método para a obtenção de um modelo para o escoamento tridimensional de fluidos através de arranjos de tubos, não chegando a expressões analíticas para a força resistiva.

CAPÍTULO 7

CONCLUSÕES E SUGESTÕES

O presente trabalho fornece como resultado final um modelo constitutivo para a força resistiva que um fluido recebe ao escoar através de um arranjo de barras de seção circular. Isto permite levantar a indeterminação que surge ao se estudar as equações de balanço. As funções constitutivas foram obtidas a partir da literatura, e modificadas a fim de se adaptarem à Teoria das Misturas, usada com sucesso neste trabalho.

A adimensionalização das equações de balanço permite a utilização deste modelo em qualquer sistema como o proposto na introdução deste trabalho.

A comparação com os resultados obtidos no experimento e com os resultados de Böttgenbach demonstra a eficiência do modelo.

Os resultados também indicam que a força resistiva para escoamento axial independe do tipo de arranjo das varetas, ao passo que para escoamento puramente transversal a força resistiva depende do tipo de arranjo e, para uma dada porosidade, é maior para arranjo quadrangular do que para arranjo triangular. A consequência direta deste fato é que ao se analisar um escoamento completo deve-se levar em consideração a informação microscópica do tipo de arranjo adotado.

Por fim, é proposto um exemplo, mostrado no Apêndice I. Seus resultados mostram como a presença da chicana influencia o campo de pressão em um escoamento através de um arranjo quadrangular e de um arranjo triangular para vários valores do Número de Reynolds. Com estes dados foi possível também obter-se curvas para o Coeficiente de Arraste de uma chicana.

Algumas sugestões podem ser feitas tendo em vista o cálculo hidráulico e térmico deste tipo de sistema. Inicialmente corrigindo-se os valores de f*, considerando-se a existência de transferência de calor, através de correlações de Seider e Tate, Rohsenow e Clark, e outros trabalhos citados por Tong[12].

Outro aspecto seria o da transferência de calor, analisada a partir da equação de Balanço de Energia[16], estudada paralelamente às equações de balanço de massa e quantidade de movimento.

Mudanças nas variáveis dependentes ao longo do tempo também são importantes e devem ser estudadas, bem como sua variação com relação a posição.

Entre as hipóteses feitas no início deste trabalho, estava a de rigidez da fase sólida, entretanto, flutuações na pressão e tensões de cisalhamento induzidas por fenômenos como separação, vorticidade, turbulência, etc. podem induzir vibrações na estrutura elástica causando um desgaste indesejável e cargas estruturais dinâmicas[9]. Isto explica a importância de se estudar este problema, no qual as condições de contorno para o escoamento do fluido e para a vibração da estrutura são acopladas.

APÊNDICE I

EXEMPLO

EXEMPLO - CAMPO DE PRESSÃO DEVIDO A PRESENÇA DE UMA CHICANA

I.1 DESCRIÇÃO DO SISTEMA FÍSICO

A figura 40 representa um sistema de varetas submetido a um escoamento uniforme na direção axial com velocidade U_∞. O sistema é limitado apenas por uma parede paralela às barras, nos outros contornos o arranjo de barras se extende até o infinito.

Perpendicularmente à parede é colocada uma placa de altura 2a, comprimento muito longo e espessura muito pequena. Esta chicana corta as varetas também perpendicularmente e não há fluxo através dela.

À grande distância dessa chicana o escoamento permanece inalterado, mas ao se aproximar da mesma é desviado, provocando um grande acréscimo na queda de pressão.

Chicanas são usadas no projeto de trocadores de calor e no modelo de escoamento em reatores rápidos proposto por Ziegler[2] e se destinam a aumentar a turbulência e o tempo de permanência do fluido refrigerante junto as superfícies de troca de calor.

O objetivo deste exemplo é mostrar a aplicação do modelo desenvolvido neste trabalho. Isto será feito calculando-se o campo de pressão ao longo de uma linha a jusante da chicana, paralela a mesma.

Para a solução deste exemplo será determinado o potencial complexo para o escoamento, a fim de determinar-se expressões para a velocidade nas direções axial e transversal e então aplicar as equações (4.4-12), (4.5-27) e (4.5-28) para determinar a queda de pressão que o fluido sofre[28].

1.2 SOLUÇÃO DO ESCOAMENTO

Durand[29] apresenta o potencial complexo para o escoamento perpendicular a uma placa. Colocando-se o sistema de coordenadas sobre o sistema proposto, o potencial complexo fica

$$\Omega(z) = - U_\infty \sqrt{z^2 + 4a^2} \qquad \text{(I.2-1)}$$

onde U_∞ é a velocidade não perturbada e z é a coordenada complexa

$$z = x + i\,y \qquad \text{(I.2-2)}$$

A separação do potencial complexo em partes real e imaginária também é indicada por Durand, assim

$$\Omega(z) = \phi + i\,\psi \qquad \text{(I.2-3)}$$

e as componentes da velocidade determinadas por

$$u = - \frac{\partial \phi}{\partial x} \qquad \text{(I.2-4)}$$

$$v = - \frac{\partial \phi}{\partial y} \qquad \text{(I.2-5)}$$

do que resulta então

$$u = - U_\infty \, x \; \frac{(R + Q + 2\,y^2)}{2\,AQ} \qquad \text{(I.2-6)}$$

$$v = U_\infty \; y \; \frac{(R + Q - 2\,x^2)}{2\,AQ} \qquad (I.2\text{-}7)$$

onde

$$R = x^2 - y^2 + 4\,a^2 \qquad (I.2\text{-}8)$$

$$Q = \sqrt{4\,x^2\,y^2 + R^2} \qquad (I.2\text{-}9)$$

$$A = \sqrt{\frac{R + Q}{2}} \qquad (I.2\text{-}10)$$

I.3 SOLUÇÃO DO MODELO

Para se obter a queda de pressão causada pela presença da chicana será feita a integração da equação para o balanço de quantidade de movimento desse ponto a montante da chicana em que a velocidade é igual a 90 por cento do valor de U_∞ até o ponto a jusante onde a velocidade do fluido é novamente 90 por cento de U_∞.

Como simplificação será adotado

$$\text{div}\; \underset{\sim}{T} = 0 \qquad (I.3\text{-}1)$$

haja visto[18] pouco se saber sobre a tensão extra.

Tomando-se a equação (I.2-6), fazendo-se $u = 0{,}9U_\infty$ e $y = 0$ obtém-se

$$0{,}9\; U_\infty = -\; U_\infty \; \frac{x}{\sqrt{x^2 + 4\,a^2}} \qquad (I.3\text{-}2)$$

então

$$0{,}81 = -\; \frac{x^2}{x^2 + 4\,a^2} \qquad (I.3\text{-}2)$$

Assim

$$x^2 = 17{,}053\ a^2 \tag{I.3-3}$$

Logo

$$x\Big|_{90} = 4{,}129\ a \tag{I.3-4}$$

é a expressão que dá o ponto em que u é igual a noventa por cento do valor de U_∞.

A integração da equação de balanço da quantidade de movimento ao longo da parede e da chicana foi feita através do Método Numérico de Simpson. Para isso foram desenvolvidos dois programas Fortran. Estes programas fazem ambos basicamente as mesmas operações, apenas um destina-se ao cálculo de um arranjo quadrangular, e o outro a um arranjo triangular. Nestes programas, o valor do gradiente de pressão é calculado no plano mostrado na figura 34, porém a integração é feita sobre um plano "adimensionalizado" através do critério mostrado no capítulo 4.

Os programas PREX 1/2 para solução deste exemplo estão no fim deste Apêndice juntamente com as respectivas listagens. O fluxograma, que é comum a ambos, também se encontra no fim deste Apêndice.

I.4 DESCRIÇÃO DOS PROGRAMAS

I.4.1 CÁLCULO DE PARÂMETROS GEOMÉTRICOS E ANALÍTICOS

Calcula a porosidade, o diâmetro equivalente, a posição onde a velocidade do fluido atinge 90% do valor de U_∞ (X90) e adimensionaliza as grandezas geométricas.

I.4.2 CÁLCULO DA PRESSÃO NO PONTO ZERO

Faz a integração da Equação de Balanço de Quantidade de Movimento para a direção axial ao longo da parede (primeira parte) e para a direção transversal ao longo da chicana em ambos os lados (segunda e terceira partes). A queda total de pressão até o Ponto Zero é obtida somando-se as pressões obtidas nas três partes citadas.

I.4.3 DETERMINAÇÃO DO CAMPO DE PRESSÃO EM -X90 E Y ENTRE ZERO E "2 A"

Integra a Equação de Balanço de Quantidade de Movimento para a direção transversal, determinando a queda de pressão em cada ponto.

I.4.4 SUBROTINA VELOZ

Calcula as expressões (I.2-8), (I.2-9) e (I.2-10). Para a aplicação nas equações de balanço, as equações (I.2-6) e (I.2-7) são adimensionalizadas dividindo-as por $||U_\infty||$.

As derivadas das componentes da velocidade são dadas por

$$\frac{\partial u}{\partial x} = - U_\infty \frac{(R + Q + 2\,y^2)}{2\,AQ} - U_\infty\, x \left[\frac{AQ\left(\frac{\partial R}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial x} \right) -}{2\,A^2\,Q^2} \right.$$

$$- \frac{(R + Q + 2y^2)\left(A \frac{\partial Q}{\partial x} + Q \frac{\partial A}{\partial x}\right)}{} \Bigg] \qquad (I.4.4\text{-}1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} = - U_\infty \, x \left[\frac{AQ \left(\frac{\partial R}{\partial y} + \frac{\partial Q}{\partial y} + 4y \right) -}{2 A^2 Q^2} \right.$$

$$\left. \frac{- (R + Q + 2y^2)\left(A \frac{\partial Q}{\partial y} + Q \frac{\partial A}{\partial y} \right)}{} \right]$$

(I.4.4-2)

$$\frac{\partial v}{\partial x} = U_\infty \, y \left[\frac{AQ \left(\frac{\partial R}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial x} - 4x \right) -}{2 A^2 Q^2} \right.$$

$$\left. \frac{- (R + Q - 2x^2)\left(A \frac{\partial Q}{\partial x} + Q \frac{\partial A}{\partial x} \right)}{} \right] \qquad (I.4.4\text{-}3)$$

$$\frac{\partial v}{\partial y} = U_\infty \frac{(R + Q - 2x^2)}{2AQ} + U_\infty \, y \left[\frac{AQ \left(\frac{\partial R}{\partial y} + \frac{\partial Q}{\partial y} -\right.}{2 A^2 Q^2} \right.$$

$$\left. \frac{- (R + Q - 2x^2)\left(A \frac{\partial Q}{\partial y} + Q \frac{\partial A}{\partial y} \right)}{} \right]$$

(I.4.4-4)

Onde

$$\frac{\partial R}{\partial x} = 2\ x \qquad (I.4.4\text{-}5)$$

$$\frac{\partial R}{\partial y} = -\ 2\ y \qquad (I.4.4\text{-}6)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial x} = \frac{1}{2\ \sqrt{Q}}\ (8\ x\ y^2 + 2\ x\ R) \qquad (I.4.4\text{-}7)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial y} = \frac{1}{2\ \sqrt{Q}}\ (8\ x^2\ y - 2\ x\ R) \qquad (I.4.4\text{-}8)$$

$$\frac{\partial A}{\partial x} = \frac{1}{4\ \sqrt{A}}\ \left(\frac{\partial R}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial x} \right) \qquad (I.4.4\text{-}9)$$

$$\frac{\partial A}{\partial y} = \frac{1}{4\ \sqrt{A}}\ \left(\frac{\partial R}{\partial y} + \frac{\partial Q}{\partial y} \right) \qquad (I.4.4\text{-}10)$$

I.4.5 SUBROTINA SIMPS

Entra em todas as fases do programa principal para fazer a integração das equações pelo Método de Simpson[30].

I.5 RESISTÊNCIA OFERECIDA POR UMA CHICANA

Um problema derivado deste exemplo proposto é o da determinação do coeficiente de arraste de uma chicana como a proposta.

Batchelor[31] dá a expressão para o Coeficiente de Arraste como

$$C_D = \frac{F}{\frac{1}{2} \rho U_\infty^2 A} \qquad \text{(I.5-1)}$$

Substituindo-se F/A por Δp

$$C_D = \frac{\Delta p}{\frac{1}{2} \rho U_\infty^2} \qquad \text{(I.5-2)}$$

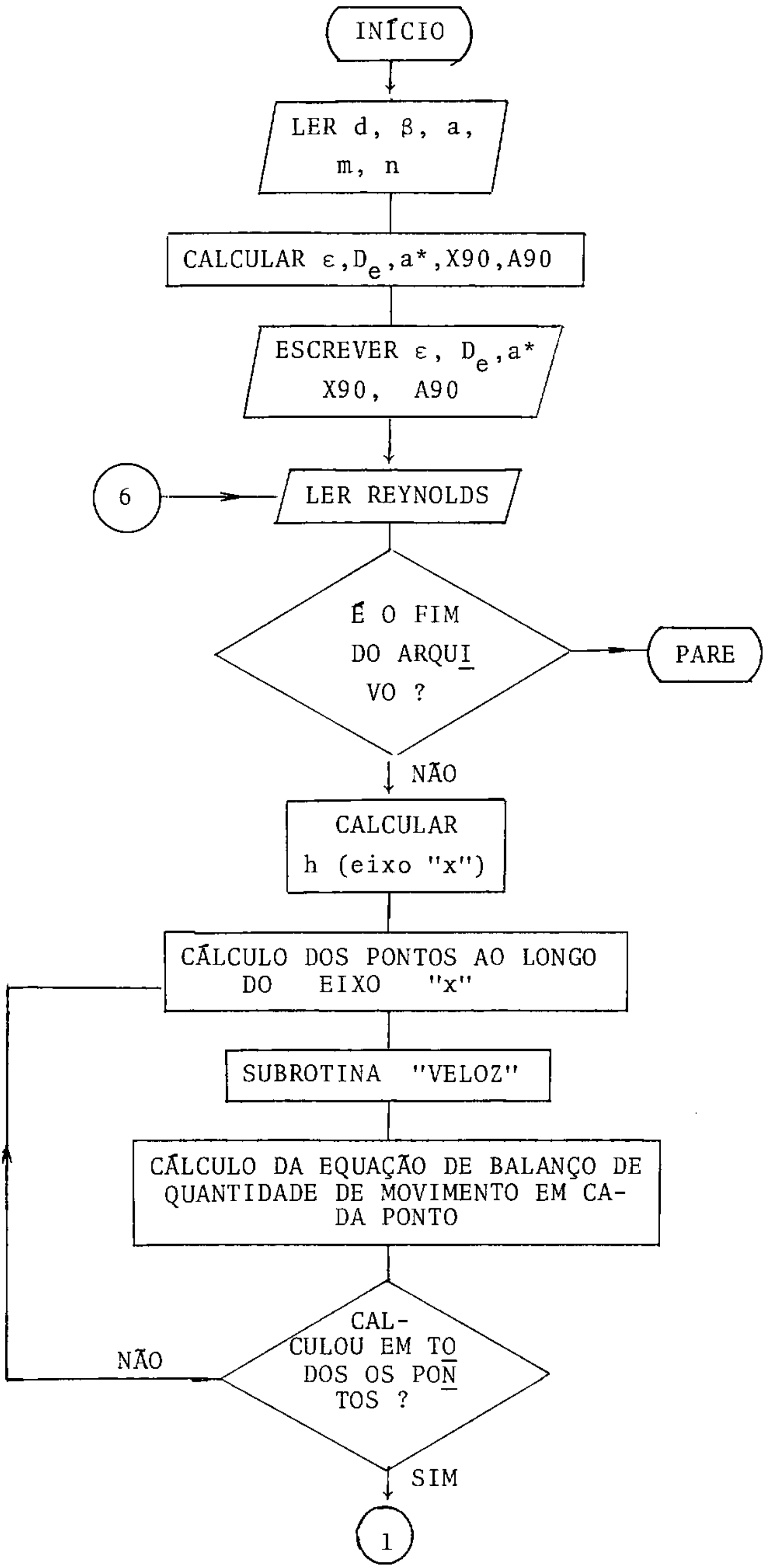
Tomando-se

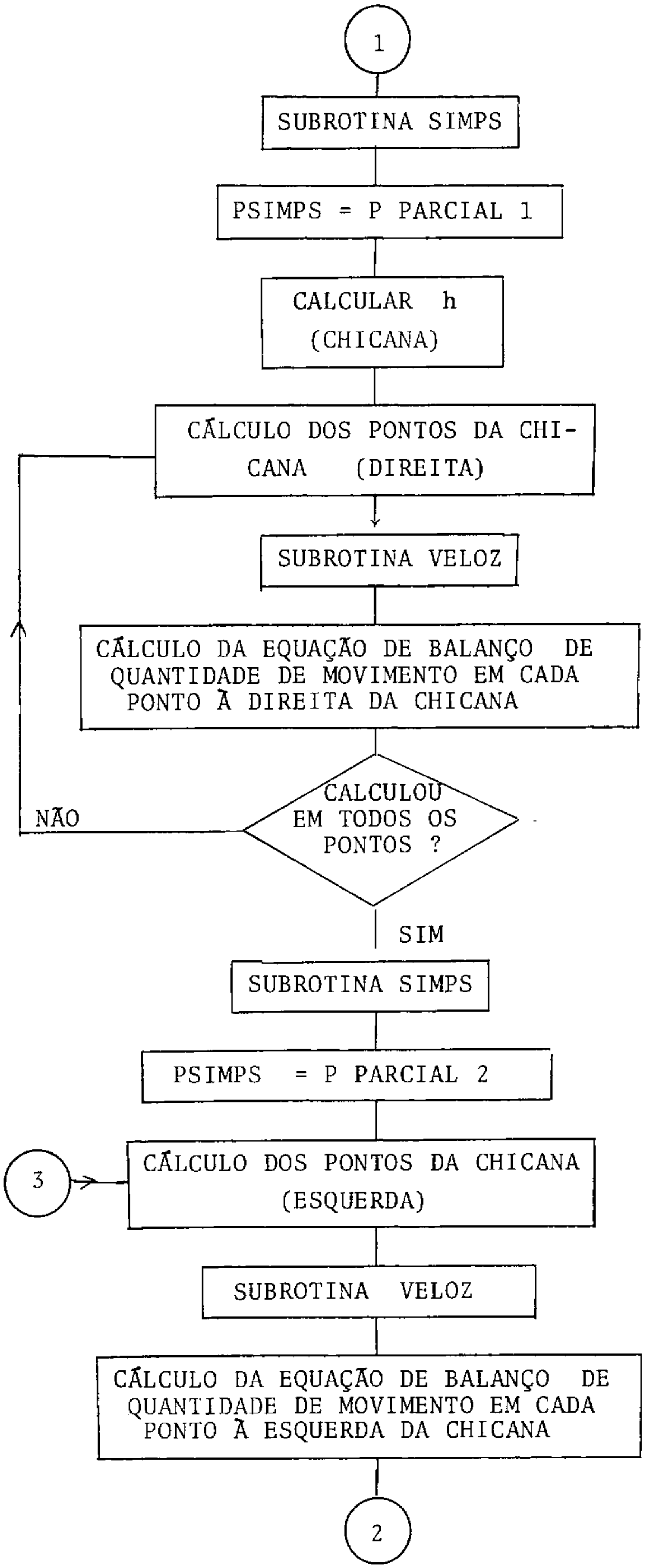
$$\Delta p = \Delta p\Big|_1 - \Delta p\Big|_2 \qquad \text{(I.5-3)}$$

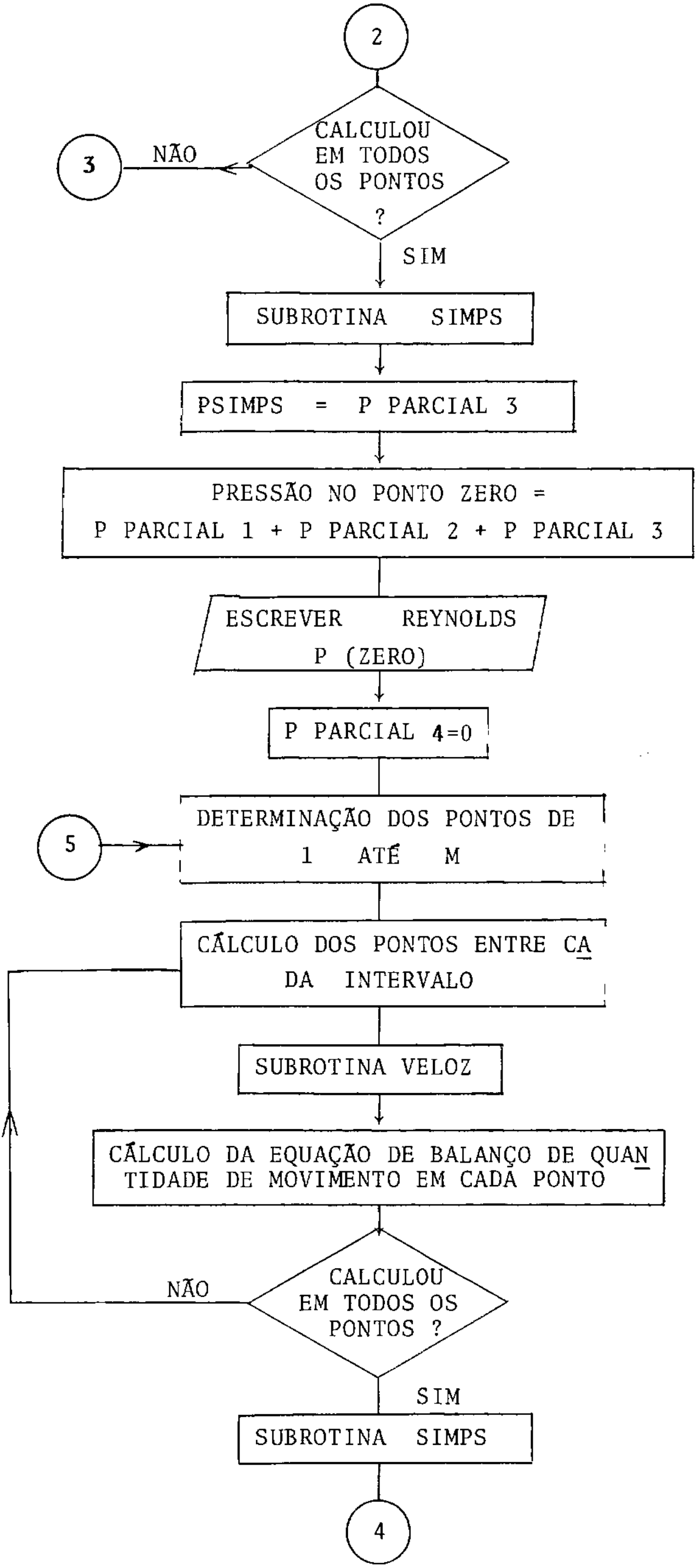
onde o índice "1" refere-se ao escoamento calculado nos programas PREX e o índice "2" a um escoamento puramente axial.

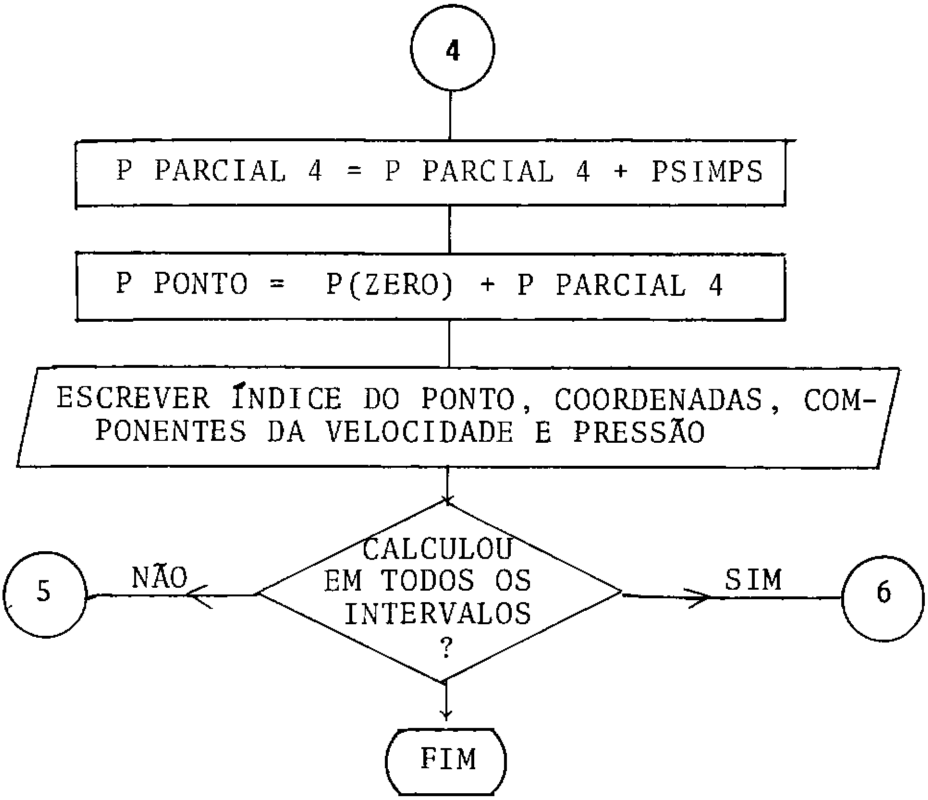
Na equação (I.5-3) $\Delta p\Big|_1$ é a média das quedas de pressão calculadas para cada valor de Reynolds.

O resultado para arranjo quadrangular está na figura 41 e para arranjo triangular na figura 42.


INÍCIO
LER d, β, a,
m, n
CALCULAR ε, D_e, a*, X90, A90
ESCREVER ε, D_e, a*
X90, A90
6
LER REYNOLDS
É O FIM
DO ARQUI
VO ?
PARE
NÃO
CALCULAR
h (eixo "x")
CÁLCULO DOS PONTOS AO LONGO
DO EIXO "x"
SUBROTINA "VELOZ"
CÁLCULO DA EQUAÇÃO DE BALANÇO DE
QUANTIDADE DE MOVIMENTO EM CA-
DA PONTO
CAL-
CULOU EM TO
DOS OS PON
TOS ?
NÃO
SIM
1


1
SUBROTINA SIMPS
PSIMPS = P PARCIAL 1
CALCULAR h (CHICANA)
CÁLCULO DOS PONTOS DA CHICANA (DIREITA)
SUBROTINA VELOZ
CÁLCULO DA EQUAÇÃO DE BALANÇO DE QUANTIDADE DE MOVIMENTO EM CADA PONTO À DIREITA DA CHICANA
CALCULOU EM TODOS OS PONTOS ?
NÃO
SIM
SUBROTINA SIMPS
PSIMPS = P PARCIAL 2
3
CÁLCULO DOS PONTOS DA CHICANA (ESQUERDA)
SUBROTINA VELOZ
CÁLCULO DA EQUAÇÃO DE BALANÇO DE QUANTIDADE DE MOVIMENTO EM CADA PONTO À ESQUERDA DA CHICANA
2


2
CALCULOU EM TODOS OS PONTOS ?
NÃO
3
SIM
SUBROTINA SIMPS
PSIMPS = P PARCIAL 3
PRESSÃO NO PONTO ZERO = P PARCIAL 1 + P PARCIAL 2 + P PARCIAL 3
ESCREVER REYNOLDS P (ZERO)
P PARCIAL 4=0
5
DETERMINAÇÃO DOS PONTOS DE 1 ATÉ M
CÁLCULO DOS PONTOS ENTRE CADA INTERVALO
SUBROTINA VELOZ
CÁLCULO DA EQUAÇÃO DE BALANÇO DE QUANTIDADE DE MOVIMENTO EM CADA PONTO
CALCULOU EM TODOS OS PONTOS ?
NÃO
SIM
SUBROTINA SIMPS
4


4
P PARCIAL 4 = P PARCIAL 4 + PSIMPS
P PONTO = P(ZERO) + P PARCIAL 4
ESCREVER ÍNDICE DO PONTO, COORDENADAS, COMPONENTES DA VELOCIDADE E PRESSÃO
CALCULOU EM TODOS OS INTERVALOS ?
NÃO
5
SIM
6
FIM

```
      PROGRAM PREX1(INPUT,OUTPUT,TAPE5=INPUT,TAPE6=OUTPUT)
C
C
C
C
C
C PROGRAMA EXEMPLO -  CAMPO DE PRESSAO DEVIDO A PRESENCA DE UMA
C CHICANA
C
C
C
C CARACTERISTICAS - ARRANJO QUADRANGULAR, REGIAO SEMI-INFINITA
C
C
C
      DIMENSION X(110),Y(110),P(110)
C
C
C CALCULO DE PARAMETROS GEOMETRICOS E ANALITICOS
C
      JK=1
      READ(5,*) D,BET,AA,M,N
C OBSERVACAO - N SEMPRE MENOR QUE 110(VALOR PAR)
      EPS=1-0.785/BET**2
      DEQ=EPS*D/(1-EPS)
      AAD=2*AA/DEQ
      X90=4.129*AA
      A90=X90/DEQ
      WRITE(6,16)
   16 FORMAT(1H1,///,9X,"CAMPO DE PRESSAO DEVIDO A",1X,
     X"PRESENCA DE UMA CHICANA",///)
      WRITE(6,17)
   17 FORMAT(9X,"ARRANJO QUADRANGULAR",//)
      WRITE(6,11) EPS
   11 FORMAT(9X,"CARACTERISTICAS",/,9X,"POROSIDADE=",F5.2)
      WRITE (6,12) DEQ
   12 FORMAT(9X,"DIAMETRO EQUIVALENTE=",F7.3)
      WRITE(6,13) AAD
   13 FORMAT(9X,"CHICANA (ADIMENSIONAL)=",F7.3)
      WRITE (6,14) X90,A90
   14 FORMAT(9X,"X90=",F7.3,/,9X,"A90=",F7.3,///)
   90 READ (5,*) REY
      IF (EOF(5).NE.0.) STOP
      JK=1-JK
      WRITE(6,15) JK,REY
   15 FORMAT(I1//,8X,"NUMERO DE REYNOLDS=",F10.1)
C
C
C CALCULO DA PRESSAO NO PONTO ZERO (-X90,0)
C
C PRIMEIRA PARTE - AO LONGO DO EIXO X
C
C AUMENTO DA PRECISAO NA INTEGRACAO AO LONGO DE "X"
      N=10*N
      H=2*X90/N
      DO 20 J=1,N
      I=J-1
```

```
      X(J)=X90-I*H
      Y(J)=0
      CALL VFLOZ (J,X,Y,R,G,A,DRX,DRY,DGX,DGY,DAX,DAY,U,V,DUX,
     XDUY,DVX,DVY,AA)
      P(J)=10**(-1.724*EPS+0.205)*REY**(0.366*EPS-0.403)*U*U-2*
     XDEQ*DUX*U
   20 CONTINUE
      CALL SIMPS (N,P,H,PS,DEQ)
      PP1=PS
      N=N/5
C
C SEGUNDA PARTE - AO LONGO DA CHICANA, PELA DIREITA
C
      H=2*AA/N
      DO 30 J=1,N
      I=J-1
      Y(J)=I*H
      X(J)=0
      CALL VFLOZ (J,X,Y,R,G,A,DRX,DRY,DGX,DGY,DAX,DAY,U,V,DUX,
     XDUY,DVX,DVY,AA)
      P(J)=10**(-4.467*EPS+2.84)*REY**(-0.15)*V*V-2*DEQ*DVY*V
   30 CONTINUE
      CALL SIMPS (N,P,H,PS,DEQ)
      PP2=PS
C
C TERCEIRA PARTE - AO LONGO DA CHICANA, PELA ESQUERDA
C
      DO 40 J=1,N
      I=J-1
      Y(J)=AA-I*H
      X(J)=0
      CALL VFLOZ (J,X,Y,R,G,A,DRX,DRY,DGX,DGY,DAX,DAY,U,V,DUX,
     XDUY,DVX,DVY,AA)
      V=-V
      DVX=-DVX
      DVY=-DVY
      DUX=-DUX
      DUY=-DUY
      P(J)=10**(-4.467*EPS+2.84)*REY**(-0.15)*V*V-2*DEQ*DVY*V
   40 CONTINUE
      CALL SIMPS (N,P,H,PS,DEQ)
      PP3=PS
C
C PRESSAO NO PONTO ZERO
C
      PZE=PP1+PP2+PP3
      WRITE (6,21) PZE
   21 FORMAT(9X,"P(ZERO)=",F7.3)
      WRITE (6,31)
   31 FORMAT(//,9X,"PONTO",6X,"X",9X,"Y",9X,"U",9X,"V",9X,"P",/)
C
C
C DETERMINACAO DO CAMPO DE PRESSAO EM -X90 E Y ENTRE ZERO E "2A"
C
      N=N/2
      S=2*AA/M
      H=S/N
```

```
      PP4=0
      DO 50 K=1,M
      L=K-1
      NN=N+1
      DO 60 J=1,NN
      I=J-1
      Y(J)=L*S+I*H
      X(J)=-X90
      CALL VELOZ (J,X,Y,R,G,A,DRX,DRY,DGX,DGY,DAX,DAY,U,V,DUX,
     XDUY,DVX,DVY,AA)
      TET=ATAN(V/U)
      VN=SQRT(U**2+V**2)
      P(J)=10**(-4.467*EPS+2.84)*REY**(-0.15)*(SIN(TET))**(0.85
     X)*VN*V-(DVX*U+DVY*V)
   60 CONTINUE
      CALL SIMPS (N,P,H,PS,DEQ)
      PP4=PP4+PS
      J=K
      P(J)=PZE+PP4
      WRITE (6,41) J,X(J),Y(N+1),U,V,P(J)
   41 FORMAT(11X,I3,2X,F8.3,2X,F8.3,2X,F8.4,2X,F8.4,2X,F8.4,/)
   50 CONTINUE
      GO TO 90
      END
```

```
C
C CALCULO DAS VELOCIDADES E DERIVADAS NA SOLUCAO DE DURAND PARA
C O ESCOAMENTO
C
C
C
      SUBROUTINE VELOZ (J,X,Y,R,Q,A,DRX,DRY,DQX,DQY,DAX,DAY,U,
     XV,DUX,DUY,DVX,DVY,AA)
C
C
      DIMENSION X(110) ,Y(110)
      R=X(J)**2-Y(J)**2+4*AA**2
      Q=SQRT(4*X(J)**2*Y(J)**2+R**2)
      A=SQRT((R+Q)/2)
      DRX=2*X(J)
      DRY=-2*Y(J)
      DQX=(8*X(J)*Y(J)**2+2*X(J)*R)/(2*Q**0.5)
      DQY=(8*X(J)**2*Y(J)-2*X(J)*R)/(2*Q**0.5)
      DAX=(DRX+DQX)/(4*A**0.5)
      DAY=(DRX+DQY)/(4*A**0.5)
      U=X(J)*(R+Q+2*Y(J)**2)/(2*A*Q)
      V=-Y(J)*(R+Q-2*X(J)**2)/(2*A*Q)
      DUX=(R+Q+2*Y(J)**2)/(2*A*Q)+X(J)*(A*Q*(DRX+DQX)-(R+Q+2*
     XY(J)**2)*(A*DQX+Q*DAX))/(2*A**2*Q**2)
      DUY=X(J)*(A*Q*(DRY+DQY+4*Y(J))-(R+Q+2*Y(J)**2)*(A*DQY+Q*
     XDAY))/(2*A**2*Q**2)
      DVX=-Y(J)*(A*Q*(DRX+DQX-4*X(J))-(R+Q-2*X(J)**2)*(A*DQX+Q*
     XDAX))/(2*A**2*Q**2)
      DVY=-(R+Q-2*X(J)**2)/(2*A*Q)-Y(J)*(A*Q*(DRY+DQY)-(R+Q-2*
     XX(J)**2)*(A*DQY+Q*DAY))/(2*A**2*Q**2)
      RETURN
      END
```

```
C
C INTEGRACAO DAS EQUACOES DE BALANCO DE QUANTIDADE DE MOVIMENTO
C VIA SIMPSON
C
C
C
      SUBROUTINE SIMPS (N,P,H,PS,DEQ)
C
C
      DIMENSION P(30)
      PS=P(1)
      DO 10 J=2,N,2
   10 PS=PS+P(J)*4.+P(J+1)*2.
      PS=(PS-P(N+1))*H/3
      PS=PS/DEQ
      RETURN
      END
```

CAMPO DE PRESSAO DEVIDO A PRESENCA DE UMA CHICANA

ARRANJO QUADRANGULAR

CARACTERISTICAS
POROSIDADE= .45
DIAMETRO EQUIVALENTE= .804
CHICANA (ADIMENSIONAL)= 24.877
X90= 41.290
A90= 51.359

NUMERO DE REYNOLDS= 10000.0
P(ZERO)= 75.500

PONTO	X	Y	U	V	P
1	-41.290	2.000	-.9005	-.0083	75.4975
2	-41.290	4.000	-.9015	-.0164	75.4902
3	-41.290	6.000	-.9043	-.0242	75.4778
4	-41.290	8.000	-.9075	-.0316	75.4613
5	-41.290	10.000	-.9115	-.0385	75.4422
6	-41.290	12.000	-.9163	-.0448	75.4231
7	-41.290	14.000	-.9215	-.0504	75.4075
8	-41.290	16.000	-.9273	-.0552	75.3997
9	-41.290	18.000	-.9333	-.0592	75.4053
10	-41.290	20.000	-.9396	-.0624	75.4306

NUMERO DE REYNOLDS= 15000.0
P(ZERO)= 71.840

PONTO	X	Y	U	V	P
1	-41.290	2.000	-.9005	-.0083	71.8376
2	-41.290	4.000	-.9019	-.0164	71.8303
3	-41.290	6.000	-.9043	-.0242	71.8182
4	-41.290	8.000	-.9075	-.0316	71.8020
5	-41.290	10.000	-.9115	-.0385	71.7834
6	-41.290	12.000	-.9163	-.0448	71.7651
7	-41.290	14.000	-.9215	-.0504	71.7504
8	-41.290	16.000	-.9273	-.0552	71.7437
9	-41.290	18.000	-.9333	-.0592	71.7506
10	-41.290	20.000	-.9396	-.0624	71.7774

NUMERO DE REYNOLDS= 20000.0
P(ZERO)= 69.378

PONTO	X	Y	U	V	P
1	-41.290	2.000	-.9005	-.0083	69.3753
2	-41.290	4.000	-.9019	-.0164	69.3681
3	-41.290	6.000	-.9043	-.0242	69.3561
4	-41.290	8.000	-.9075	-.0316	69.3401
5	-41.290	10.000	-.9115	-.0385	69.3219
6	-41.290	12.000	-.9163	-.0448	69.3040
7	-41.290	14.000	-.9215	-.0504	69.2900
8	-41.290	16.000	-.9273	-.0552	69.2841
9	-41.290	18.000	-.9333	-.0592	69.2918
10	-41.290	20.000	-.9396	-.0624	69.3196

NUMERO DE REYNOLDS=   25000.0
P(ZERO)= 67.541

PONTO	X	Y	U	V	P
1	-41.290	2.000	-.9005	-.0083	67.5387
2	-41.290	4.000	-.9019	-.0164	67.5315
3	-41.290	6.000	-.9043	-.0242	67.5196
4	-41.290	8.000	-.9075	-.0316	67.5038
5	-41.290	10.000	-.9115	-.0385	67.4859
6	-41.290	12.000	-.9163	-.0448	67.4684
7	-41.290	14.000	-.9215	-.0504	67.4548
8	-41.290	16.000	-.9273	-.0552	67.4494
9	-41.290	18.000	-.9333	-.0592	67.4578
10	-41.290	20.000	-.9396	-.0624	67.4863

NUMERO DE REYNOLDS=   30000.0
P(ZERO)= 66.086

PONTO	X	Y	U	V	P
1	-41.290	2.000	-.9005	-.0083	66.0840
2	-41.290	4.000	-.9019	-.0164	66.0768
3	-41.290	6.000	-.9043	-.0242	66.0650
4	-41.290	8.000	-.9075	-.0316	66.0493
5	-41.290	10.000	-.9115	-.0385	66.0316
6	-41.290	12.000	-.9163	-.0448	66.0144
7	-41.290	14.000	-.9215	-.0504	66.0011
8	-41.290	16.000	-.9273	-.0552	65.9962
9	-41.290	18.000	-.9333	-.0592	66.0052
10	-41.290	20.000	-.9396	-.0624	66.0342

NUMERO DE REYNOLDS= 35000.0
P(ZERO)= 64.888

PONTO	X	Y	U	V	P
1	-41.290	2.000	-.9005	-.0083	64.8853
2	-41.290	4.000	-.9019	-.0164	64.8781
3	-41.290	6.000	-.9043	-.0242	64.8663
4	-41.290	8.000	-.9075	-.0316	64.8508
5	-41.290	10.000	-.9115	-.0385	64.8333
6	-41.290	12.000	-.9163	-.0448	64.8163
7	-41.290	14.000	-.9215	-.0504	64.8033
8	-41.290	16.000	-.9273	-.0552	64.7988
9	-41.290	18.000	-.9333	-.0592	64.8082
10	-41.290	20.000	-.9396	-.0624	64.8377

NUMERO DE REYNOLDS= 40000.0
P(ZERO)= 63.872

PONTO	X	Y	U	V	P
1	-41.290	2.000	-.9005	-.0083	63.8695
2	-41.290	4.000	-.9019	-.0164	63.8624
3	-41.290	6.000	-.9043	-.0242	63.8506
4	-41.290	8.000	-.9075	-.0316	63.8352
5	-41.290	10.000	-.9115	-.0385	63.8178
6	-41.290	12.000	-.9163	-.0448	63.8010
7	-41.290	14.000	-.9215	-.0504	63.7883
8	-41.290	16.000	-.9273	-.0552	63.7841
9	-41.290	18.000	-.9333	-.0592	63.7938
10	-41.290	20.000	-.9396	-.0624	63.8238

NUMERO DE REYNOLDS= 50000.0
P(ZERO)= 62.220

PONTO	X	Y	U	V	P
1	-41.290	2.000	-.9005	-.0083	62.2177
2	-41.290	4.000	-.9019	-.0164	62.2106
3	-41.290	6.000	-.9043	-.0242	62.1989
4	-41.290	8.000	-.9075	-.0316	62.1837
5	-41.290	10.000	-.9115	-.0385	62.1665
6	-41.290	12.000	-.9163	-.0448	62.1500
7	-41.290	14.000	-.9215	-.0504	62.1378
8	-41.290	16.000	-.9273	-.0552	62.1341
9	-41.290	18.000	-.9333	-.0592	62.1444
10	-41.290	20.000	-.9396	-.0624	62.1750

NUMERO DE REYNOLDS= 60000.0
P(ZERO)= 60.912

PONTO	X	Y	U	V	P
1	-41.290	2.000	-.9005	-.0083	60.9092
2	-41.290	4.000	-.9019	-.0164	60.9022
3	-41.290	6.000	-.9043	-.0242	60.8906
4	-41.290	8.000	-.9075	-.0316	60.8754
5	-41.290	10.000	-.9115	-.0385	60.8585
6	-41.290	12.000	-.9163	-.0448	60.8423
7	-41.290	14.000	-.9215	-.0504	60.8303
8	-41.290	16.000	-.9273	-.0552	60.8270
9	-41.290	18.000	-.9333	-.0592	60.8376
10	-41.290	20.000	-.9396	-.0624	60.8689

NUMERO DE REYNOLDS= 80000.0
P(ZERO)= 58.920

PONTO	X	Y	U	V	P
1	-41.290	2.000	-.9005	-.0083	58.9174
2	-41.290	4.000	-.9019	-.0164	58.9104
3	-41.290	6.000	-.9043	-.0242	58.8989
4	-41.290	8.000	-.9075	-.0316	58.8839
5	-41.290	10.000	-.9115	-.0385	58.8673
6	-41.290	12.000	-.9163	-.0448	58.8515
7	-41.290	14.000	-.9215	-.0504	58.8400
8	-41.290	16.000	-.9273	-.0552	58.8373
9	-41.290	18.000	-.9333	-.0592	58.8488
10	-41.290	20.000	-.9396	-.0624	58.8807

NUMERO DE REYNOLDS= 100000.0
P(ZERO)= 57.434

PONTO	X	Y	U	V	P
1	-41.290	2.000	-.9005	-.0083	57.4316
2	-41.290	4.000	-.9019	-.0164	57.4246
3	-41.290	6.000	-.9043	-.0242	57.4132
4	-41.290	8.000	-.9075	-.0316	57.3984
5	-41.290	10.000	-.9115	-.0385	57.3819
6	-41.290	12.000	-.9163	-.0448	57.3664
7	-41.290	14.000	-.9215	-.0504	57.3553
8	-41.290	16.000	-.9273	-.0552	57.3531
9	-41.290	18.000	-.9333	-.0592	57.3651
10	-41.290	20.000	-.9396	-.0624	57.3976

```
      PROGRAM PREX2(INPUT,OUTPUT,TAPE5=INPUT,TAPE6=OUTPUT)
C
C
C
C
C
C PROGRAMA EXEMPLO -  CAMPO DE PRESSAO DEVIDO A PRESENCA DE UMA
C CHICANA
C
C
C
C CARACTERISTICAS - ARRANJO TRIANGULAR, REGIAO SEMI-INFINITA
C
C
C
      DIMENSION X(110),Y(110),P(110)
C
C
C CALCULO DE PARAMETROS GEOMETRICOS E ANALITICOS
C
      JK=1
      READ(5,*) D,EFT,AA,M,N
C OBSERVACAO - N SEMPRE MENOR QUE 110(VALOR PAR)
      EPS=1-0.907/EFT**2
      DEQ=EPS*D/(1-EPS)
      AAD=2*AA/DEQ
      X90=4.129*AA
      A90=X90/DEQ
      WRITE(6,16)
   16 FORMAT(1H1,///,9X,"CAMPO DE PRESSAO DEVIDO A",1X,
     X"PRESENCA DE UMA CHICANA",///)
      WRITE(6,17)
   17 FORMAT(9X,"ARRANJO TRIANGULAR",//)
      WRITE(6,11) EPS
   11 FORMAT(9X,"CARACTERISTICAS",/,9X,"POROSIDADE=",F5.2)
      WRITE (6,12) DEQ
   12 FORMAT(9X,"DIAMETRO EQUIVALENTE=",F7.3)
      WRITE(6,13) AAD
   13 FORMAT(9X,"CHICANA (ADIMENSIONAL)=",F7.3)
      WRITE (6,14) X90,A90
   14 FORMAT(9X,"X90=",F7.3,/,9X,"A90=",F7.3,///)
   90 READ (5,*) REY
      IF (EOF(5).NE.0.) STOP
      JK=1-JK
      WRITE(6,15) JK,REY
   15 FORMAT(I1//,8X,"NUMERO DE REYNOLDS=",F10.1)
C
C
C CALCULO DA PRESSAO NO PONTO ZERO (-X90,0)
C
C PRIMEIRA PARTE - AO LONGO DO EIXO X
C
C AUMENTO DA PRECISAO NA INTEGRACAO AO LONGO DE "X"
      N=10*N
      H=2*X90/N
      DO 20 J=1,N
      I=J-1
```

```
      X(J)=X90-I*H
      Y(J)=0
      CALL VFLOZ (J,X,Y,R,Q,A,DRX,DRY,DQX,DQY,DAX,DAY,U,V,DUX,
     XDUY,DVX,DVY,AA)
      P(J)=10**(-1.724*EPS+0.205)*REY**(0.366*EPS-0.403)*U*U-2*
     XDEQ*DUX*U
   20 CONTINUE
      CALL SIMPS (N,P,H,PS,DEQ)
      PP1=PS
      N=N/5
C
C SEGUNDA PARTE - AO LONGO DA CHICANA, PELA DIREITA
C
      H=2*AA/N
      DO 30 J=1,N
      I=J-1
      Y(J)=I*H
      X(J)=0
      CALL VFLOZ (J,X,Y,R,Q,A,DRX,DRY,DQX,DQY,DAX,DAY,U,V,DUX,
     XDUY,DVX,DVY,AA)
      P(J)=10**(-0.887*EPS+0.576)*REY**(-0.16)*V*V-2*DEQ*DVY*V
   30 CONTINUE
      CALL SIMPS (N,P,H,PS,DEQ)
      PP2=PS
C
C TERCEIRA PARTE - AO LONGO DA CHICANA, PELA ESQUERDA
C
      DO 40 J=1,N
      I=J-1
      Y(J)=AA-I*H
      X(J)=0
      CALL VFLOZ (J,X,Y,R,Q,A,DRX,DRY,DQX,DQY,DAX,DAY,U,V,DUX,
     XDUY,DVX,DVY,AA)
      V=-V
      DVX=-DVX
      DVY=-DVY
      DUX=-DUX
      DUY=-DUY
      P(J)=10**(-0.887*EPS+0.576)*REY**(-0.16)*V*V-2*DEQ*DVY*V
   40 CONTINUE
      CALL SIMPS (N,P,H,PS,DEQ)
      PP3=PS
C
C PRESSAO NO PONTO ZERO
C
      PZE=PP1+PP2+PP3
      WRITE (6,21) PZE
   21 FORMAT(9X,"P(ZERO)=",F7.3)
      WRITE (6,31)
   31 FORMAT(//,9X,"PONTO",5X,"X",9X,"Y",9X,"U",9X,"V",9X,"P",/)
C
C
C DETERMINACAO DO CAMPO DE PRESSAO EM -X90 E Y ENTRE ZERO E "2A"
C
      N=N/2
      S=2*AA/M
      H=S/N
```

```
      PP4=0
      DO 50 K=1,M
      L=K-1
      NN=N+1
      DO 60 J=1,NN
      I=J-1
      Y(J)=L*S+I*H
      X(J)=-X90
      CALL VELOZ (J,X,Y,R,Q,A,DRX,DRY,DQX,DQY,DAX,DAY,U,V,DUX,
     XDUY,DVX,DVY,AA)
      TET=ATAN(V/U)
      VN=SQRT(U**2+V**2)
      P(J)=10**(-0.887*EPS+0.576)*REY**(-0.16)*(SIN(TET))**(0.84
     X)*VN*V-(DVX*U+DVY*V)
   60 CONTINUE
      CALL SIMPS (N,P,H,PS,DEO)
      PP4=PP4+PS
      J=K
      P(J)=PZE+PP4
      WRITE (6,41) J,X(J),Y(N+1),U,V,P(J)
   41 FORMAT(11X,I3,2X,F8.3,2X,F8.3,2X,F8.4,2X,F8.4,2X,F8.4,/)
   50 CONTINUE
      GO TO 90
      END
```

```
C
C CALCULO DAS VELOCIDADES E DERIVADAS NA SOLUCAO DE DURAND PARA
C O ESCOAMENTO
C
C
C
      SUBROUTINE VELUZ (J,X,Y,R,Q,A,DRX,DRY,DQX,DQY,DAX,DAY,U,
     XV,DUX,DUY,DVX,DVY,AA)
C
C
      DIMENSION X(110) ,Y(110)
      R=X(J)**2-Y(J)**2+4*AA**2
      Q=SQRT(4*X(J)**2*Y(J)**2+R**2)
      A=SQRT((R+Q)/2)
      DRX=2*X(J)
      DRY=-2*Y(J)
      DQX=(8*X(J)*Y(J)**2+2*X(J)*R)/(2*Q**0.5)
      DQY=(8*X(J)**2*Y(J)-2*X(J)*R)/(2*Q**0.5)
      DAX=(DRX+DQX)/(4*A**0.5)
      DAY=(DRX+DQY)/(4*A**0.5)
      U=X(J)*(R+Q+2*Y(J)**2)/(2*A*Q)
      V=-Y(J)*(R+Q-2*X(J)**2)/(2*A*Q)
      DUX=(R+Q+2*Y(J)**2)/(2*A*Q)+X(J)*(A*Q*(DRX+DQX)-(R+Q+2*
     XY(J)**2)*(A*DQX+Q*DAX))/(2*A**2*Q**2)
      DUY=X(J)*(A*Q*(DRY+DQY+4*Y(J))-(R+Q+2*Y(J)**2)*(A*DQY+Q*
     XDAY))/(2*A**2*Q**2)
      DVX=-Y(J)*(A*Q*(DRX+DQX-4*X(J))-(R+Q-2*X(J)**2)*(A*DQX+Q*
     XDAX))/(2*A**2*Q**2)
      DVY=-(R+Q-2*X(J)**2)/(2*A*Q)-Y(J)*(A*Q*(DRY+DQY)-(R+Q-2*
     XX(J)**2)*(A*DQY+Q*DAY))/(2*A**2*Q**2)
      RETURN
      END
```

```
C
C INTEGRACAO DAS EQUACOES DE BALANCO DE QUANTIDADE DE MOVIMENTO
C VIA SIMPSON
C
C
C
      SUBROUTINE SIMPS (N,P,H,PS,DEQ)
C
C
      DIMENSION P(30)
      PS=P(1)
      DO 10 J=2,N,2
   10 PS=PS+P(J)*4.+P(J+1)*2.
      PS=(PS-P(N+1))*H/3
      PS=PS/DEQ
      RETURN
      END
```

CAMPO DE PRESSAO DEVIDO A PRESENCA DE UMA CHICANA

ARRANJO TRIANGULAR

CARACTERISTICAS
POROSIDADE= .45
DIAMETRO EQUIVALENTE= .806
CHICANA (ADIMENSIONAL)= 24.802
X90= 41.290
A90= 51.203

NUMERO DE REYNOLDS= 10000.0
P(ZERO)= 27.342

PONTO	X	Y	U	V	P
1	-41.290	2.000	-.9005	-.0083	27.3394
2	-41.290	4.000	-.9019	-.0164	27.3331
3	-41.290	6.000	-.9043	-.0242	27.3234
4	-41.290	8.000	-.9075	-.0316	27.3116
5	-41.290	10.000	-.9115	-.0385	27.2996
6	-41.290	12.000	-.9163	-.0448	27.2904
7	-41.290	14.000	-.9215	-.0504	27.2872
8	-41.290	16.000	-.9273	-.0552	27.2946
9	-41.290	18.000	-.9333	-.0592	27.3177
10	-41.290	20.000	-.9396	-.0624	27.3626

NUMERO DE REYNOLDS= 15000.0
P(ZERO)= 26.479

PONTO	X	Y	U	V	P
1	-41.290	2.000	-.9005	-.0083	26.4771
2	-41.290	4.000	-.9019	-.0164	26.4709
3	-41.290	6.000	-.9043	-.0242	26.4612
4	-41.290	8.000	-.9075	-.0316	26.4494
5	-41.290	10.000	-.9115	-.0385	26.4376
6	-41.290	12.000	-.9163	-.0448	26.4285
7	-41.290	14.000	-.9215	-.0504	26.4255
8	-41.290	16.000	-.9273	-.0552	26.4332
9	-41.290	18.000	-.9333	-.0592	26.4565
10	-41.290	20.000	-.9396	-.0624	26.5017

NUMERO DE REYNOLDS= 20000.0
P(ZERO)= 25.903

PONTO	X	Y	U	V	P
1	-41.290	2.000	-.9005	-.0083	25.9008
2	-41.290	4.000	-.9019	-.0164	25.8945
3	-41.290	6.000	-.9043	-.0242	25.8849
4	-41.290	8.000	-.9075	-.0316	25.8732
5	-41.290	10.000	-.9115	-.0385	25.8614
6	-41.290	12.000	-.9163	-.0448	25.8524
7	-41.290	14.000	-.9215	-.0504	25.8496
8	-41.290	16.000	-.9273	-.0552	25.8574
9	-41.290	18.000	-.9333	-.0592	25.8809
10	-41.290	20.000	-.9396	-.0624	25.9263

NUMERO DE REYNOLDS= 25000.0
P(ZERO)= 25.475

PONTO	X	Y	U	V	P
1	-41.290	2.000	-.9005	-.0083	25.4730
2	-41.290	4.000	-.9019	-.0164	25.4667
3	-41.290	6.000	-.9043	-.0242	25.4571
4	-41.290	8.000	-.9075	-.0316	25.4454
5	-41.290	10.000	-.9115	-.0385	25.4337
6	-41.290	12.000	-.9163	-.0448	25.4248
7	-41.290	14.000	-.9215	-.0504	25.4221
8	-41.290	16.000	-.9273	-.0552	25.4299
9	-41.290	18.000	-.9333	-.0592	25.4536
10	-41.290	20.000	-.9396	-.0624	25.4992

NUMERO DE REYNOLDS= 30000.0
P(ZERO)= 25.137

PONTO	X	Y	U	V	P
1	-41.290	2.000	-.9005	-.0083	25.1353
2	-41.290	4.000	-.9019	-.0164	25.1291
3	-41.290	6.000	-.9043	-.0242	25.1195
4	-41.290	8.000	-.9075	-.0316	25.1078
5	-41.290	10.000	-.9115	-.0385	25.0962
6	-41.290	12.000	-.9163	-.0448	25.0873
7	-41.290	14.000	-.9215	-.0504	25.0847
8	-41.290	16.000	-.9273	-.0552	25.0927
9	-41.290	18.000	-.9333	-.0592	25.1165
10	-41.290	20.000	-.9396	-.0624	25.1621

NUMERO DE REYNOLDS= 35000.0
P(ZERO)= 24.860

PONTO	X	Y	U	V	P
1	-41.290	2.000	-.9005	-.0083	24.8580
2	-41.290	4.000	-.9019	-.0164	24.8517
3	-41.290	6.000	-.9043	-.0242	24.8421
4	-41.290	8.000	-.9075	-.0316	24.8305
5	-41.290	10.000	-.9115	-.0385	24.8189
6	-41.290	12.000	-.9163	-.0448	24.8101
7	-41.290	14.000	-.9215	-.0504	24.8075
8	-41.290	16.000	-.9273	-.0552	24.8156
9	-41.290	18.000	-.9333	-.0592	24.8395
10	-41.290	20.000	-.9396	-.0624	24.8853

NUMERO DE REYNOLDS= 40000.0
P(ZERO)= 24.626

PONTO	X	Y	U	V	P
1	-41.290	2.000	-.9005	-.0083	24.6236
2	-41.290	4.000	-.9019	-.0164	24.6173
3	-41.290	6.000	-.9043	-.0242	24.6077
4	-41.290	8.000	-.9075	-.0316	24.5961
5	-41.290	10.000	-.9115	-.0385	24.5846
6	-41.290	12.000	-.9163	-.0448	24.5758
7	-41.290	14.000	-.9215	-.0504	24.5733
8	-41.290	16.000	-.9273	-.0552	24.5814
9	-41.290	18.000	-.9333	-.0592	24.6054
10	-41.290	20.000	-.9396	-.0624	24.6513

NUMERO DE REYNOLDS=   80000.0
P(ZERO)= 23.491

PONTO	X	Y	U	V	P
1	-41.290	2.000	-.9005	-.0083	23.4892
2	-41.290	4.000	-.9019	-.0164	23.4830
3	-41.290	6.000	-.9043	-.0242	23.4735
4	-41.290	8.000	-.9075	-.0316	23.4620
5	-41.290	10.000	-.9115	-.0385	23.4506
6	-41.290	12.000	-.9163	-.0448	23.4420
7	-41.290	14.000	-.9215	-.0504	23.4397
8	-41.290	16.000	-.9273	-.0552	23.4482
9	-41.290	18.000	-.9333	-.0592	23.4725
10	-41.290	20.000	-.9396	-.0624	23.5188

NUMERO DE REYNOLDS= 100000.0
P(ZERO)= 23.154

PONTO	X	Y	U	V	P
1	-41.290	2.000	-.9005	-.0083	23.1517
2	-41.290	4.000	-.9019	-.0164	23.1455
3	-41.290	6.000	-.9043	-.0242	23.1360
4	-41.290	8.000	-.9075	-.0316	23.1245
5	-41.290	10.000	-.9115	-.0385	23.1131
6	-41.290	12.000	-.9163	-.0448	23.1046
7	-41.290	14.000	-.9215	-.0504	23.1025
8	-41.290	16.000	-.9273	-.0552	23.1110
9	-41.290	18.000	-.9333	-.0592	23.1355
10	-41.290	20.000	-.9396	-.0624	23.1819

CORRESPONDÊNCIA DAS VARIÁVEIS FORTRAN COM AS VARIÁVEIS DO PROBLEMA

A	A
AA	a
AAD	2a*
A90	$x^*\big\vert_{90}$
BET	β
D	d
DEQ	D_e
DAX	$\partial A/\partial x$
DAY	$\partial A/\partial y$
DQX	$\partial Q/\partial x$
DQY	$\partial Q/\partial y$
DRX	$\partial R/\partial x$
DRY	$\partial R/\partial y$
DUX	$\partial u/\partial x$
DUY	$\partial u/\partial y$
EPS	ε
H	Comprimento do intervalo de integração no Método Simpson
P	p*
PP1	p* parcial 1
PP2	p* parcial 2
PP3	p* parcial 3
PP4	p* parcial 4
PS	p* Simpson
Q	Q
R	R

REY	Re
S	Comprimento do intervalo entre cada ponto no campo de pressão
TET	θ
U	u
V	v
VN	$\|\underset{\sim}{v}^*\|$
X	x
X90	$x\big\|_{90}$
Y	y

ÍNDICES

I, J, JK, M, N

APÊNDICE II

FIGURAS

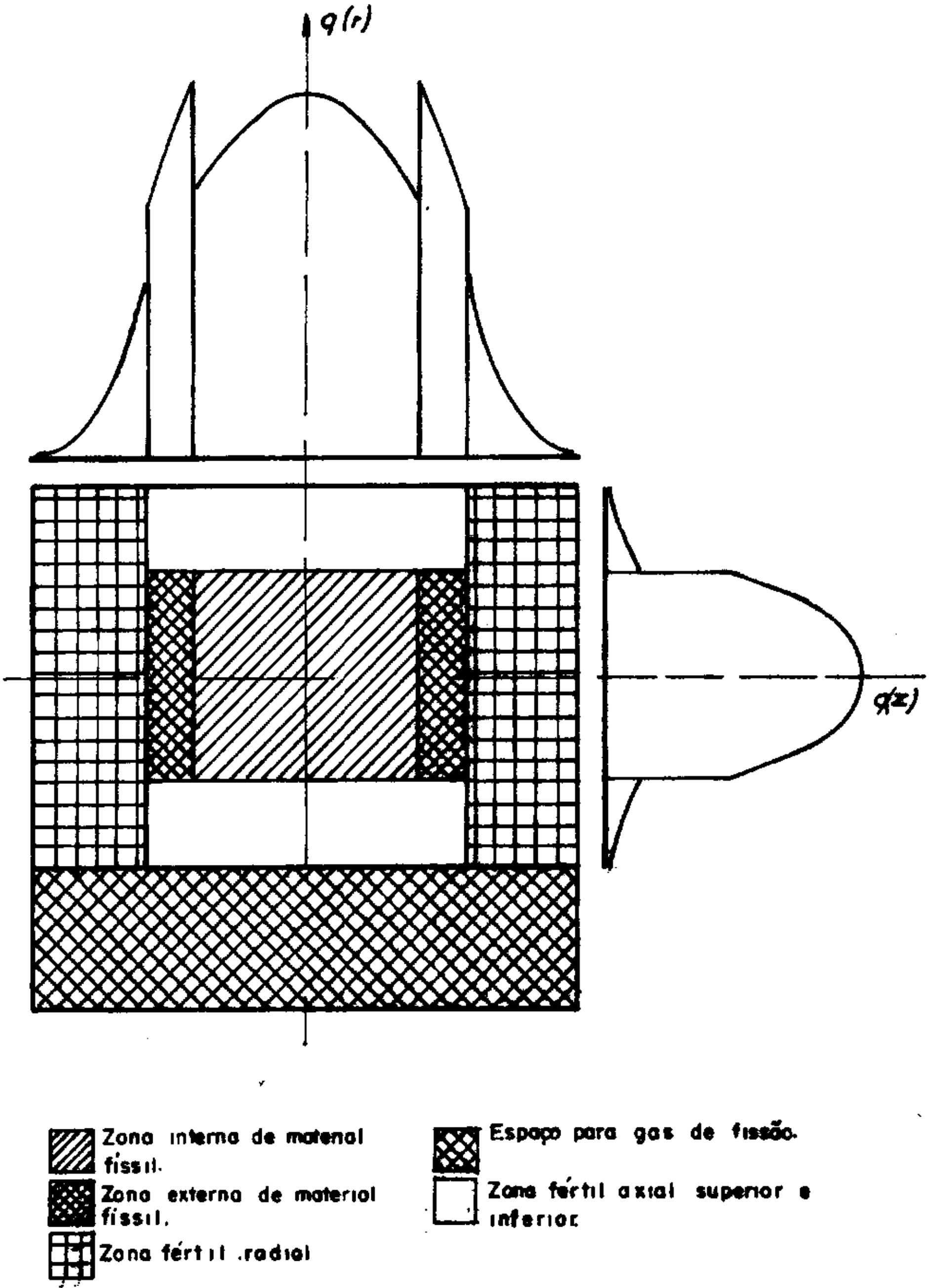


FIG. 1 - ESTRUTURA DO NÚCLEO DE UM REATOR RÁPIDO E DISTRIBUIÇÃO DE DENSIDADE DE POTÊNCIA

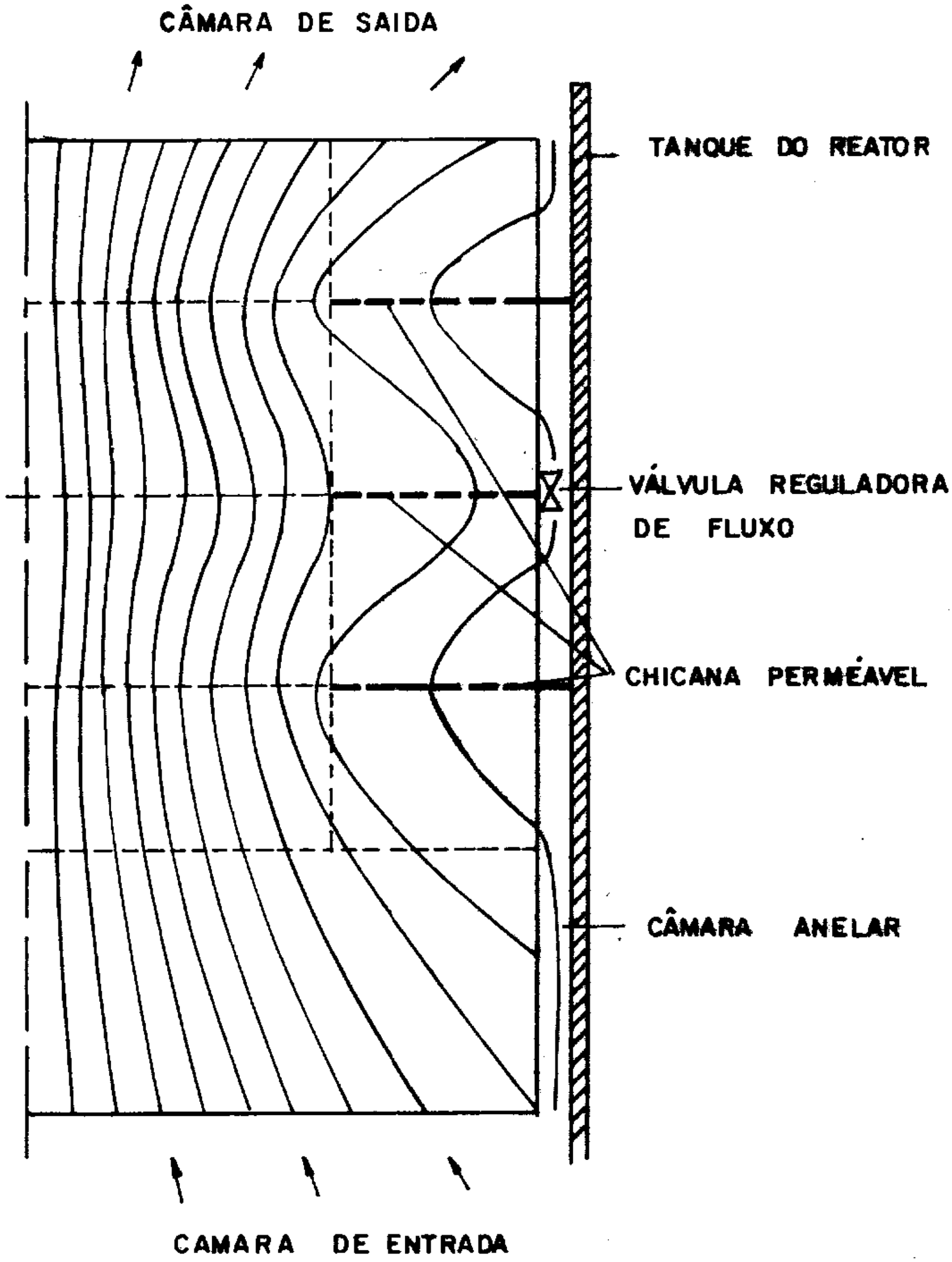


FIG. 2 - LINHAS DE CORRENTE NO NÚCLEO DE UM REATOR RÁPIDO SEGUNDO ZIEGLER

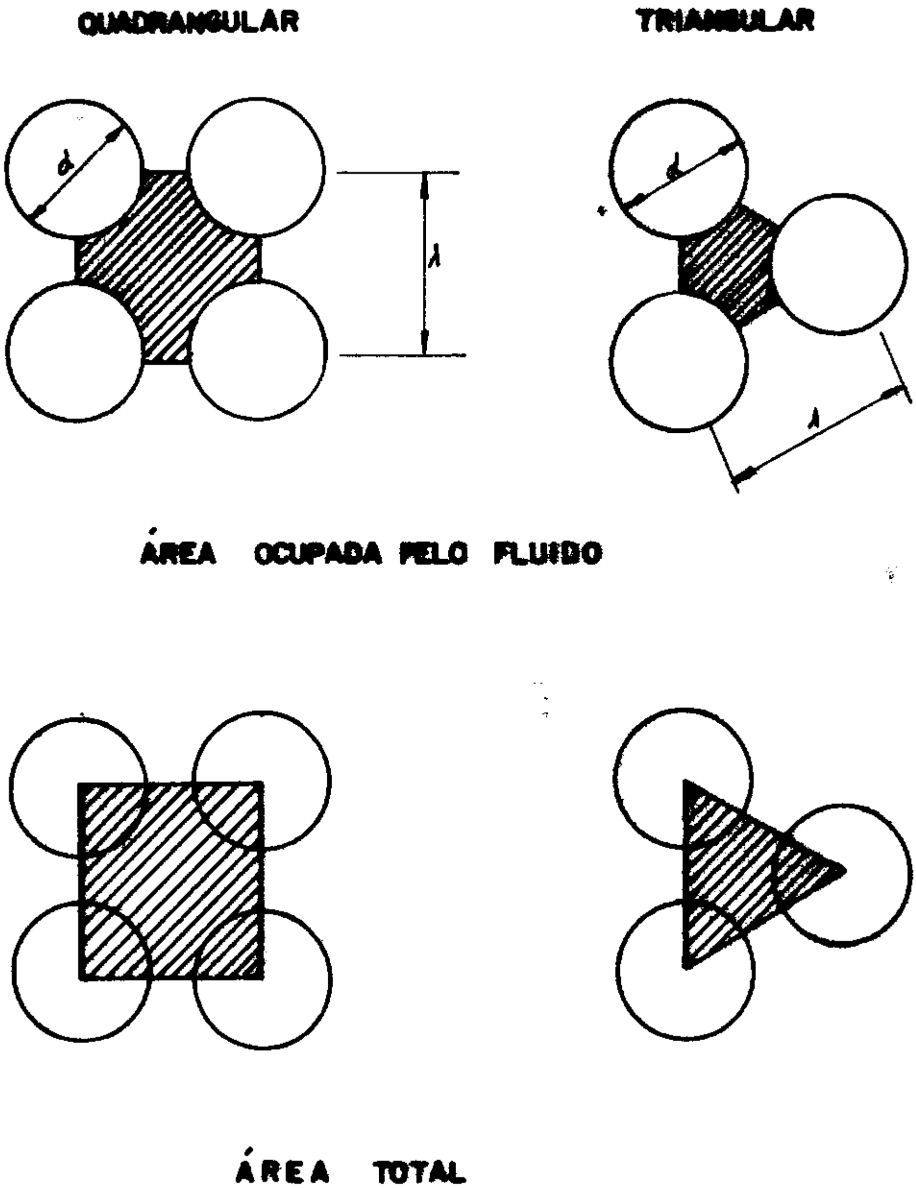


FIG. 3 - TIPOS DE ARRANJOS DE BARRAS

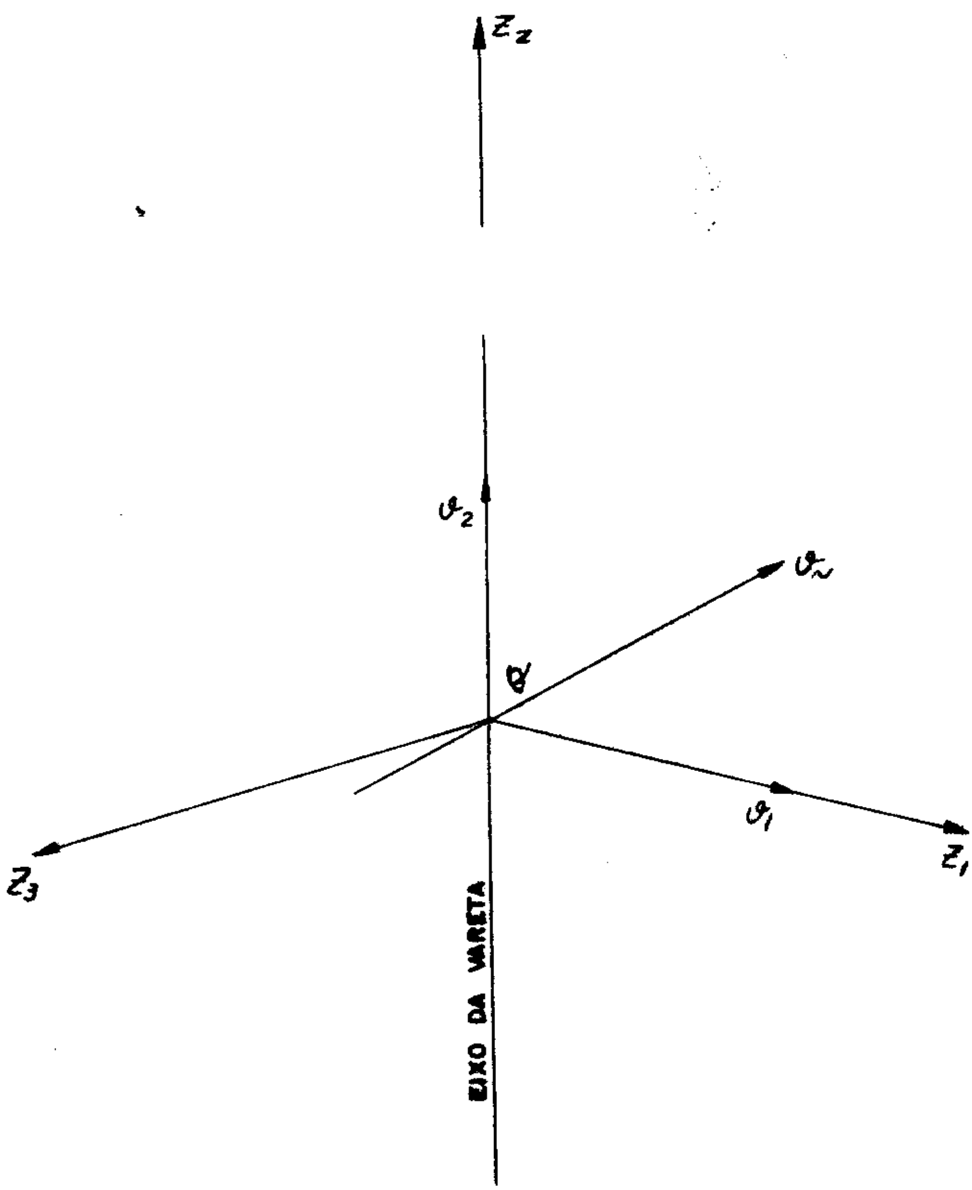


FIG. 4 - POSIÇÃO DO SISTEMA DE COORDENADAS

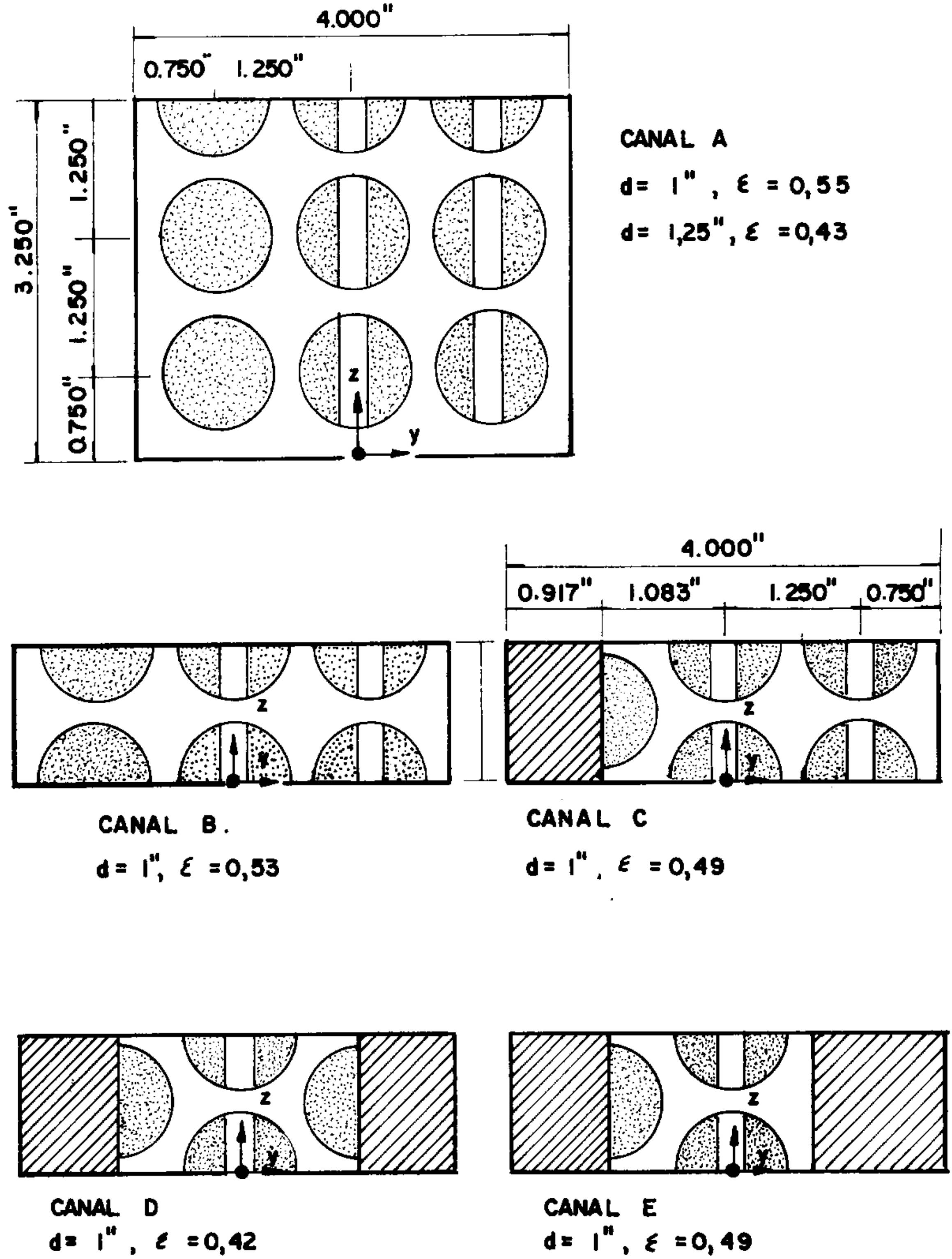


FIG. 5 - DIMENSÕES DOS DISPOSITIVOS DE ROWE

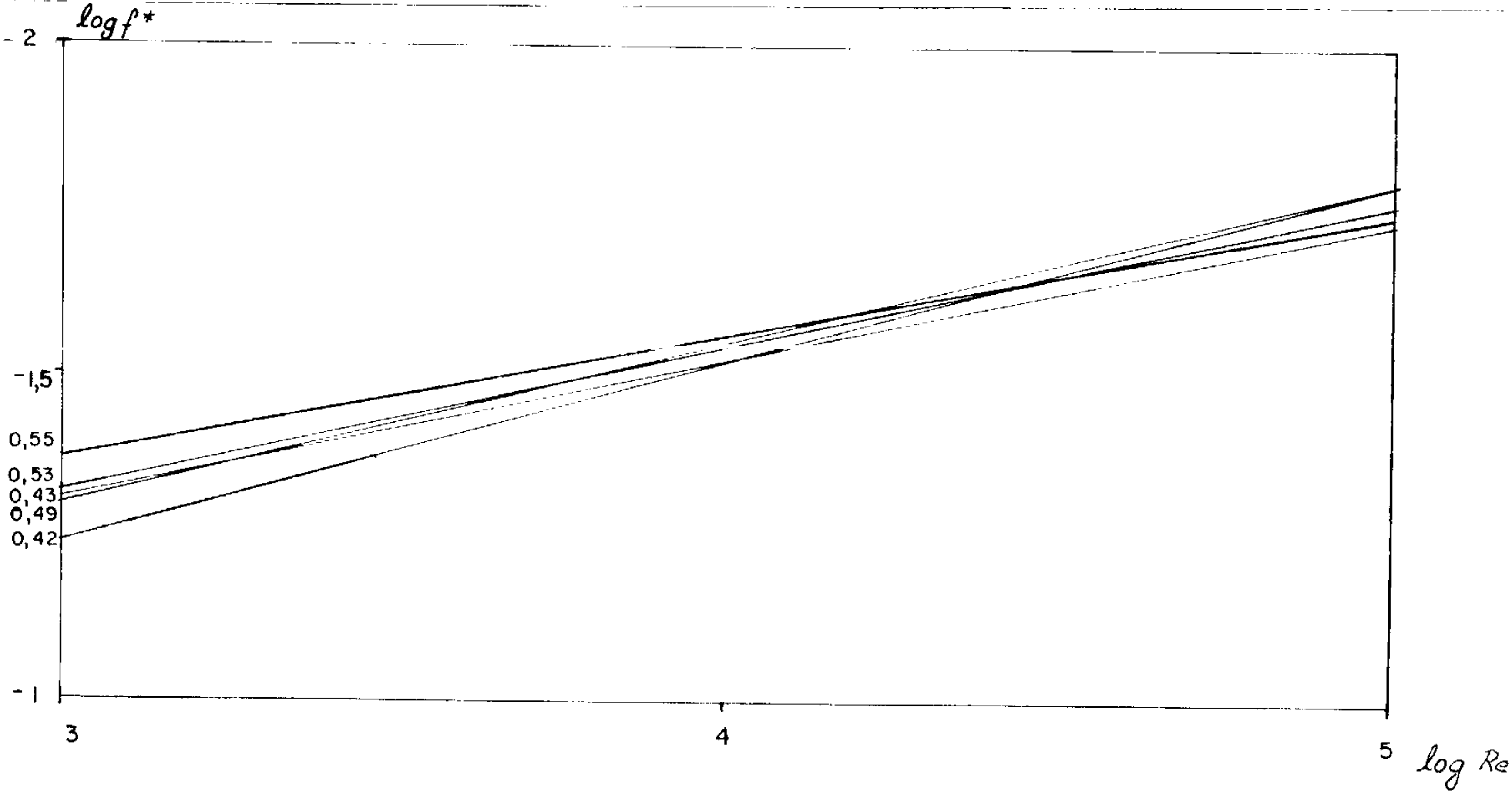


FIG. 6 - FATORES DE ATRITO PARA A DIREÇÃO AXIAL SEGUNDO ROWE

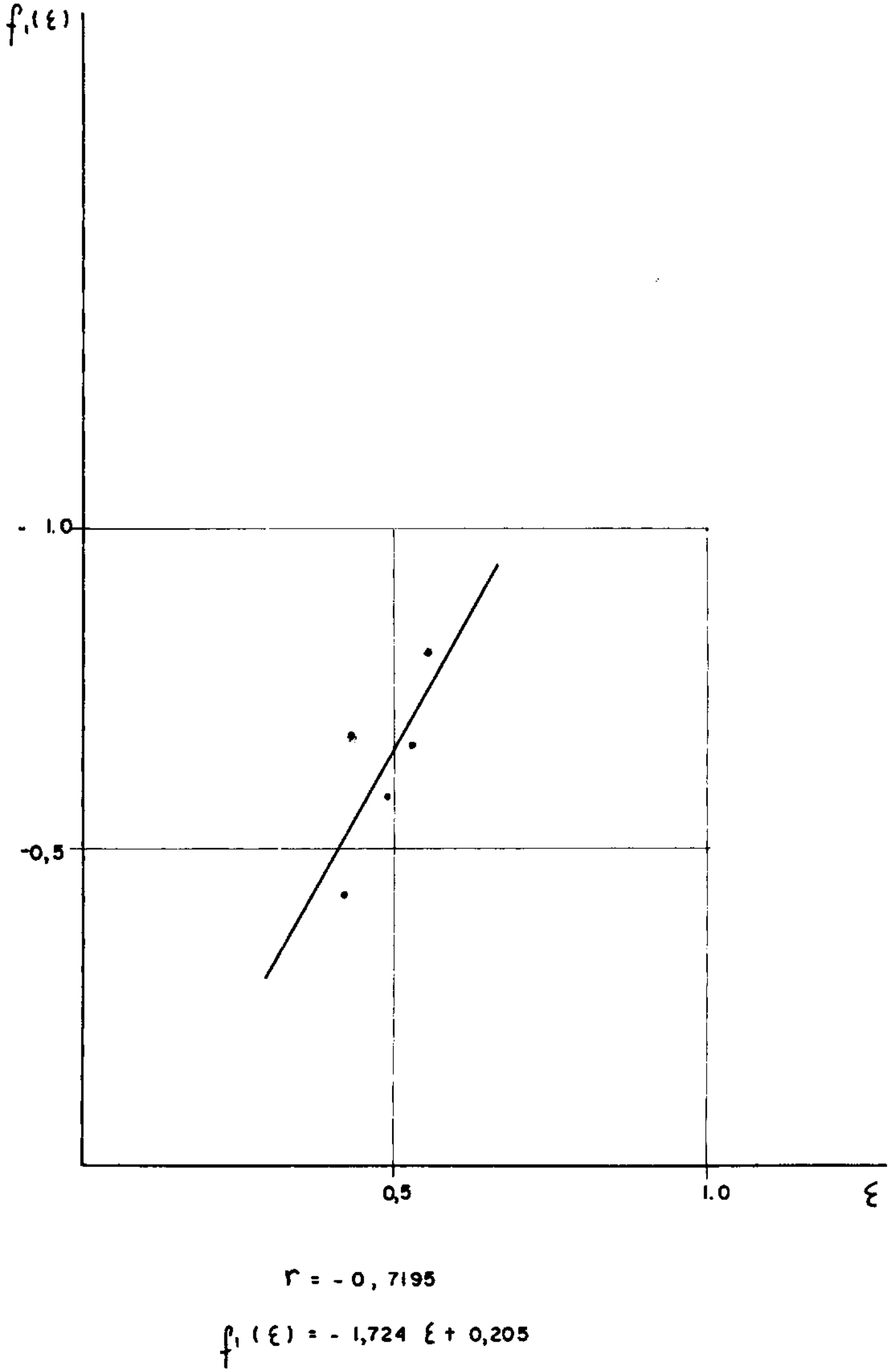
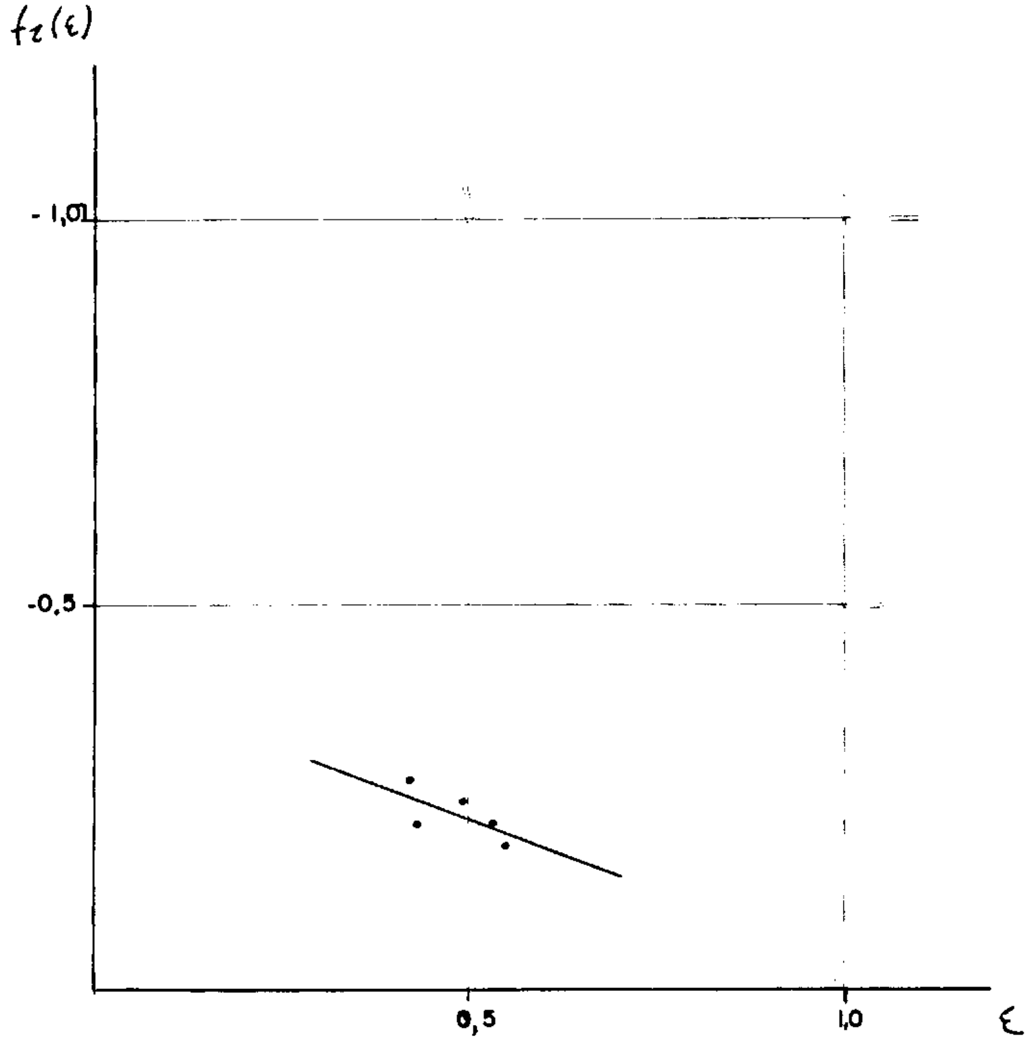


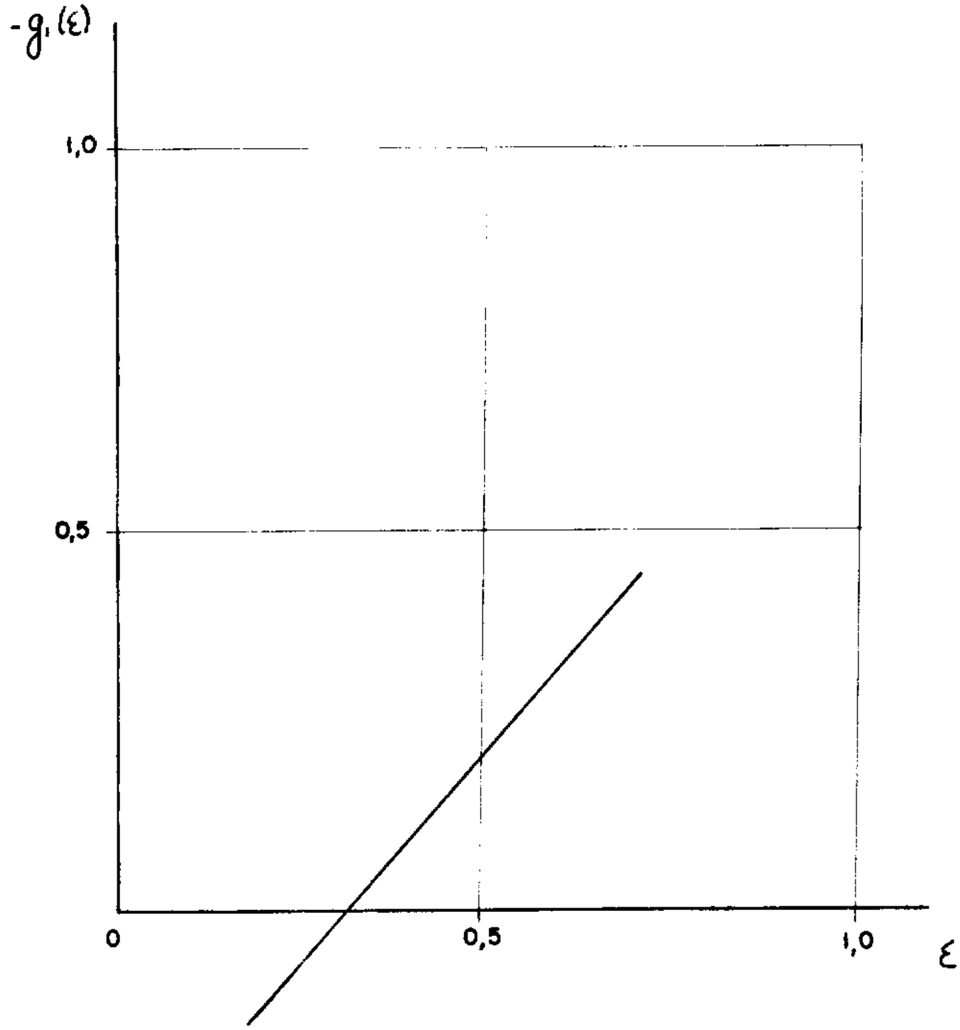
FIG. 7 - $f_1(\varepsilon)$ - COEFICIENTE PARA DIREÇÃO AXIAL



$r = 0.6584$

$$f_2(\varepsilon) = 0,366\,\varepsilon - 0,4034$$

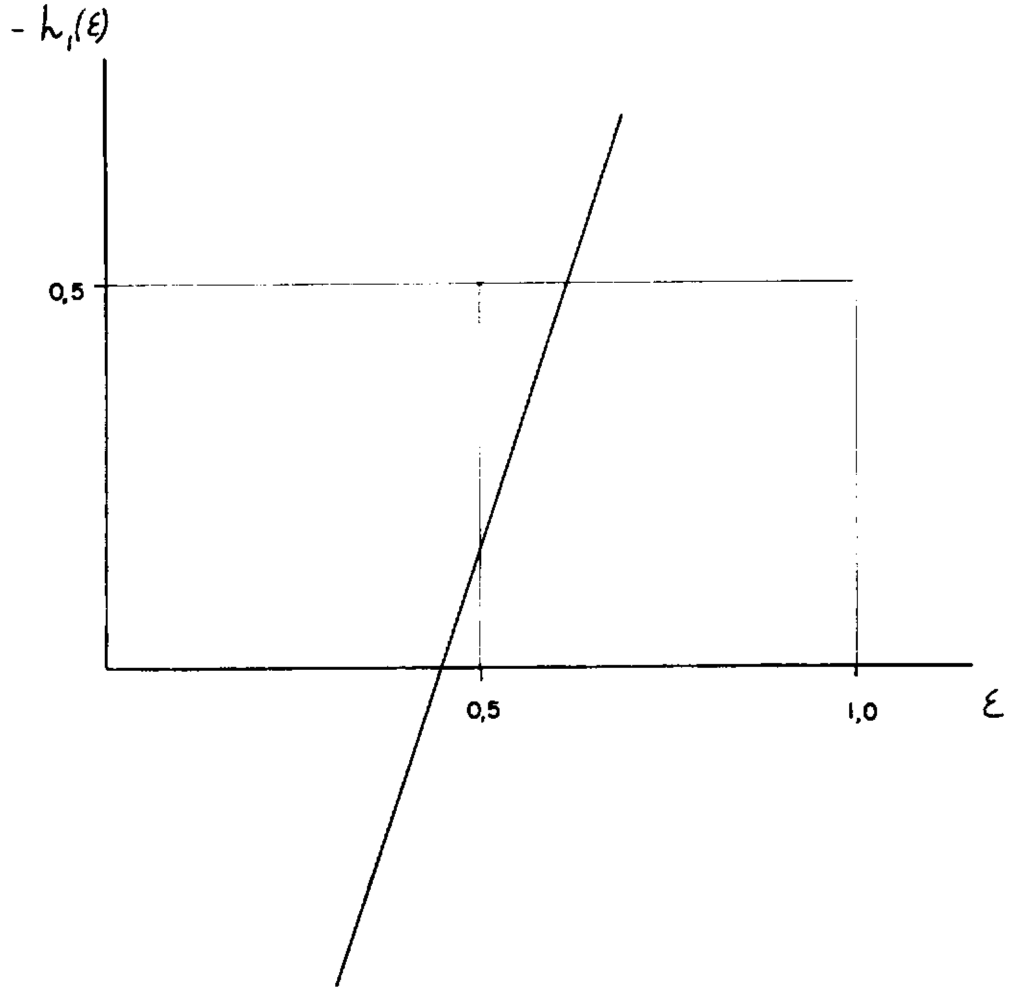
FIG. 8 - $f_2(\varepsilon)$ - COEFICIENTE PARA DIREÇÃO AXIAL



$r = 0.999$

$$g_1(\varepsilon) = -1{,}148\,\varepsilon + 0{,}369$$

FIG. 9 - $g_1(\varepsilon)$ - COEFICIENTE PARA EQUAÇÃO (4.5-21)



$r = -0{,}998$

$$\underline{h_1(\varepsilon) = -3{,}003\ \varepsilon + 1{,}340}$$

FIG. 10 - $g_2(\varepsilon)$ - COEFICIENTE PARA EQUAÇÃO (4.5-21)

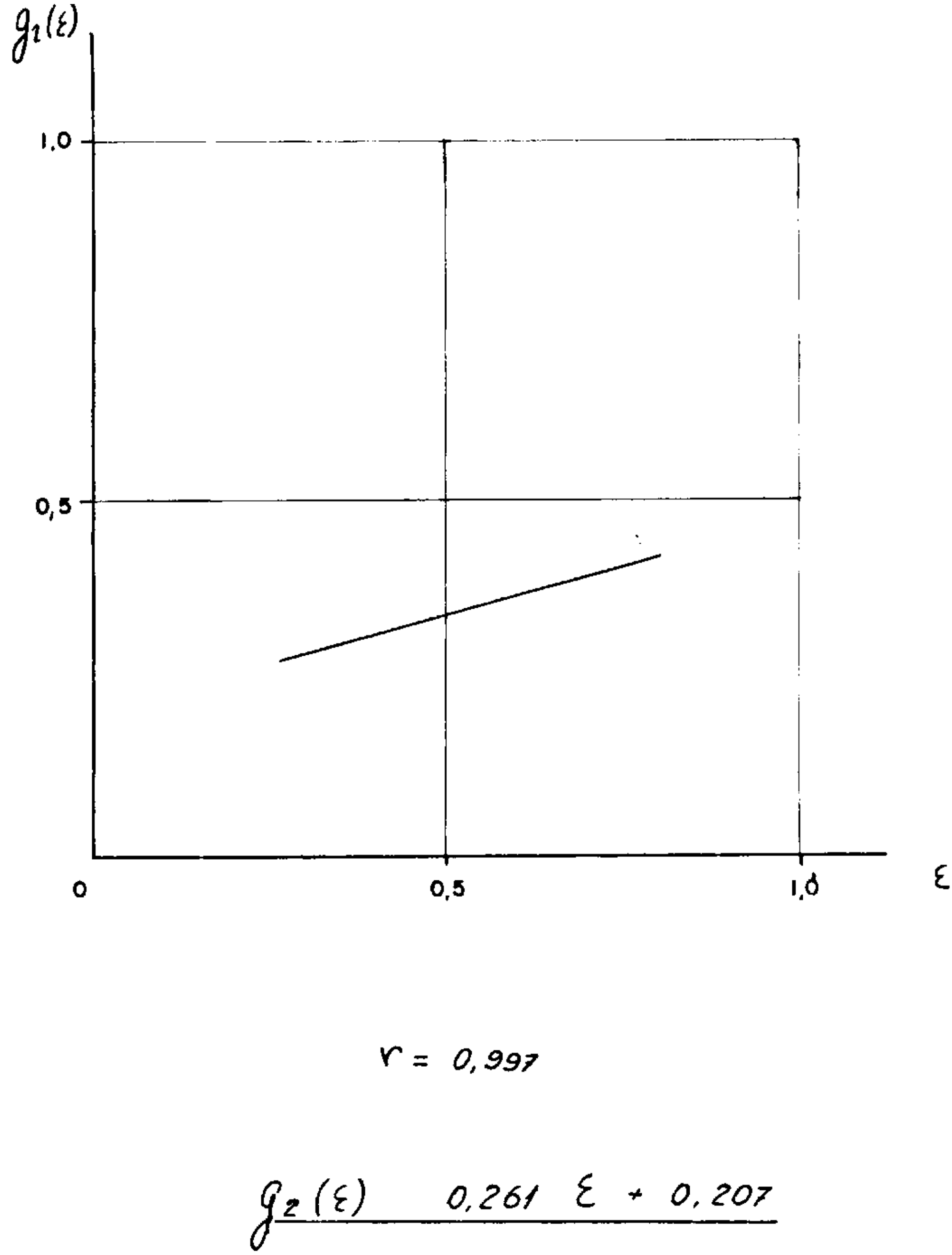
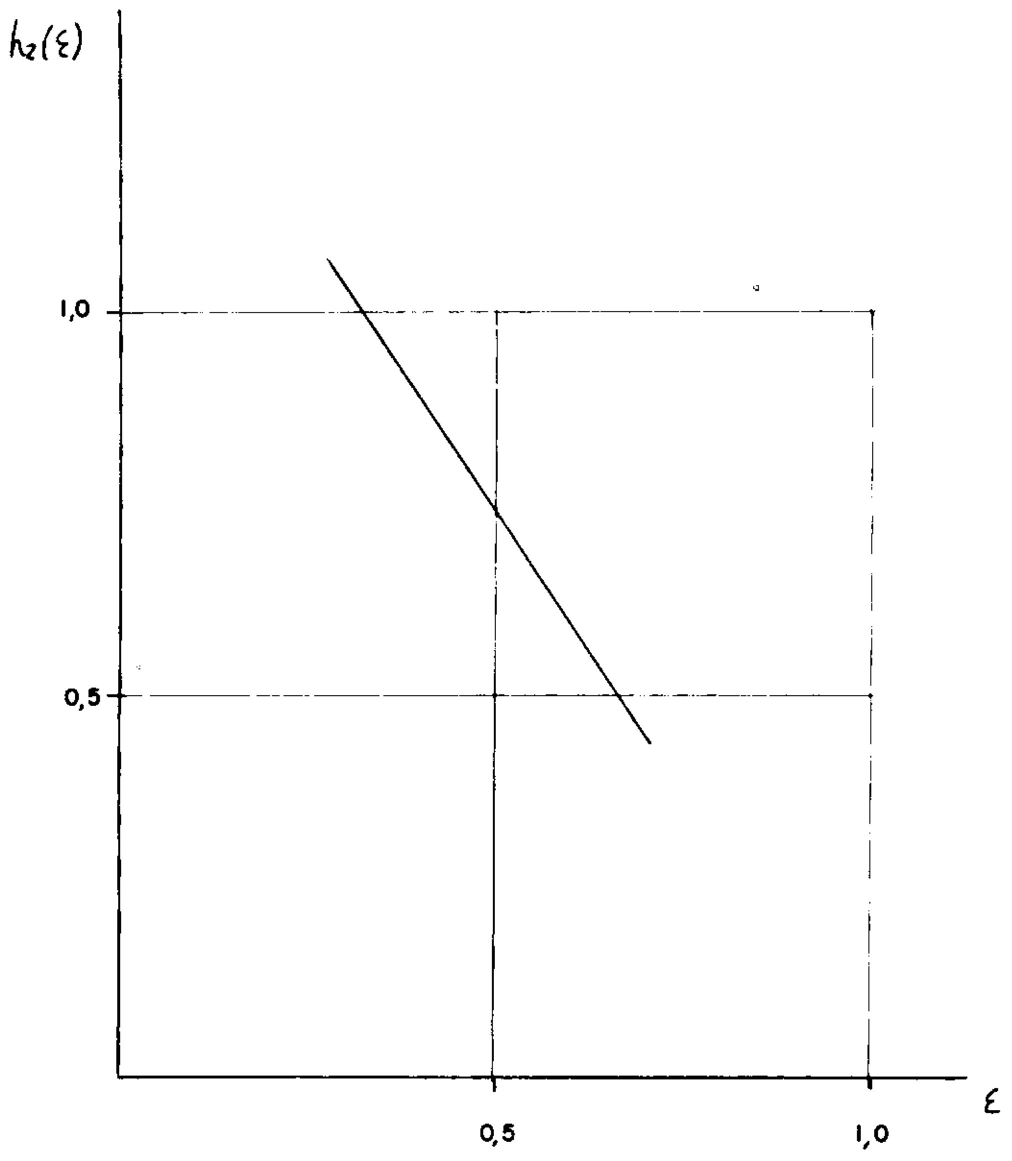


FIG. 11 - $h_2(\varepsilon)$ - COEFICIENTE PARA EQUAÇÃO (4.5-22)



$r = -0{,}997$

$h_2(\varepsilon) = -1{,}458\,\varepsilon + 1{,}464$

FIG. 12 - $h_2(\varepsilon)$ - COEFICIENTE PARA EQUAÇÃO (4.5-22)

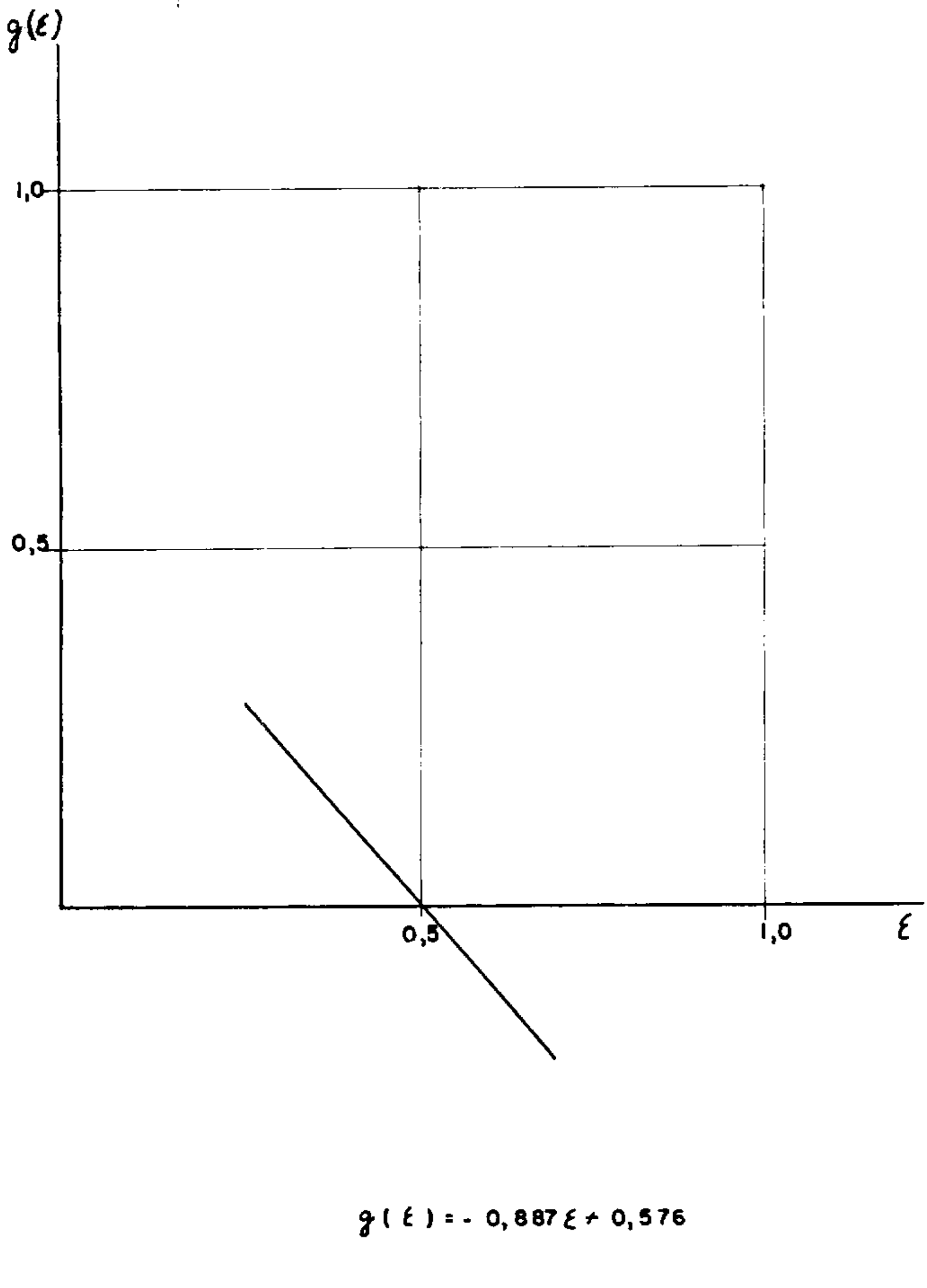


FIG. 13 - g(ε) - COEFICIENTE PARA ARRANJO TRIANGULAR

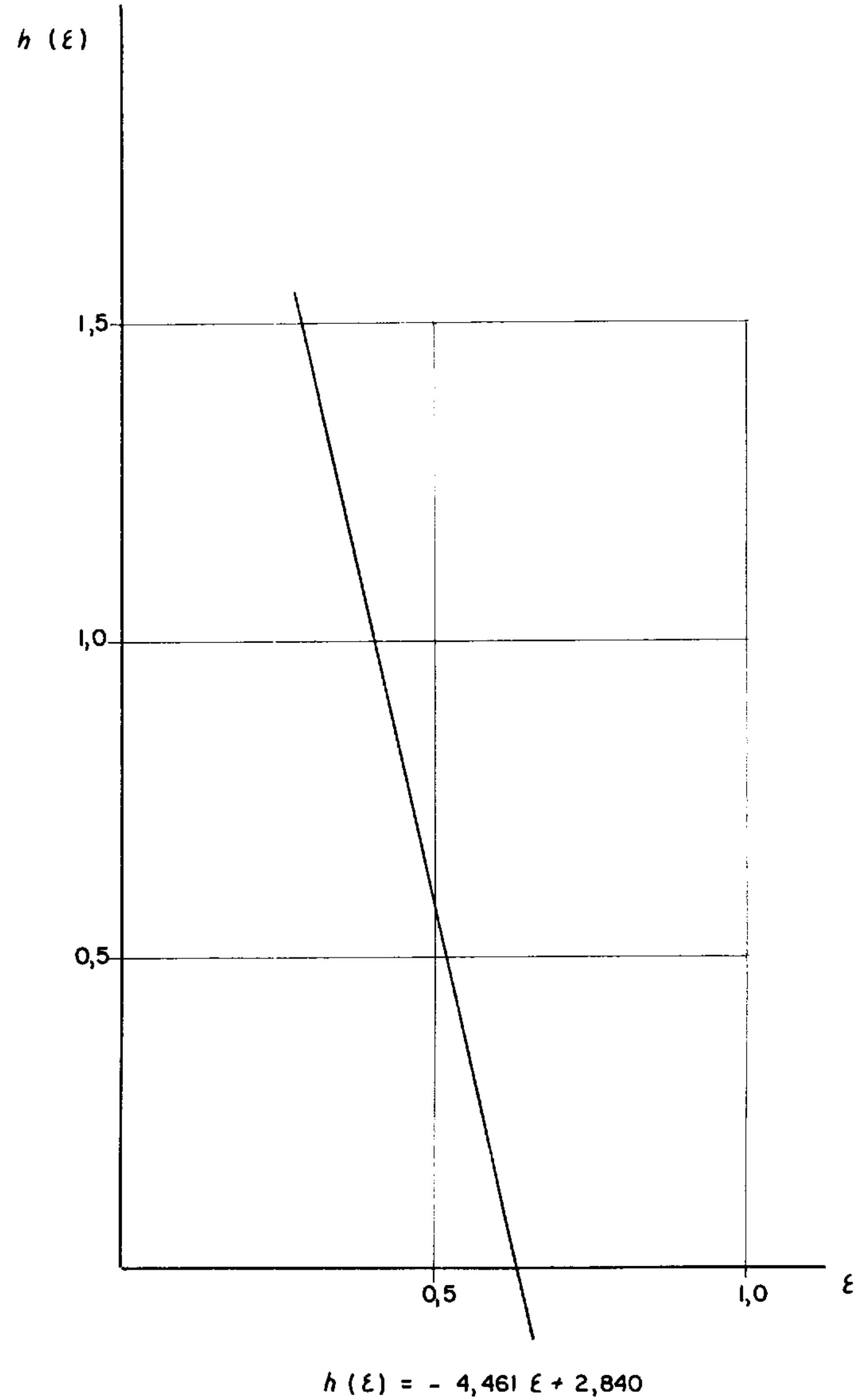


FIG. 14 - h(ε) - COEFICIENTE PARA ARRANJO QUADRANGULAR

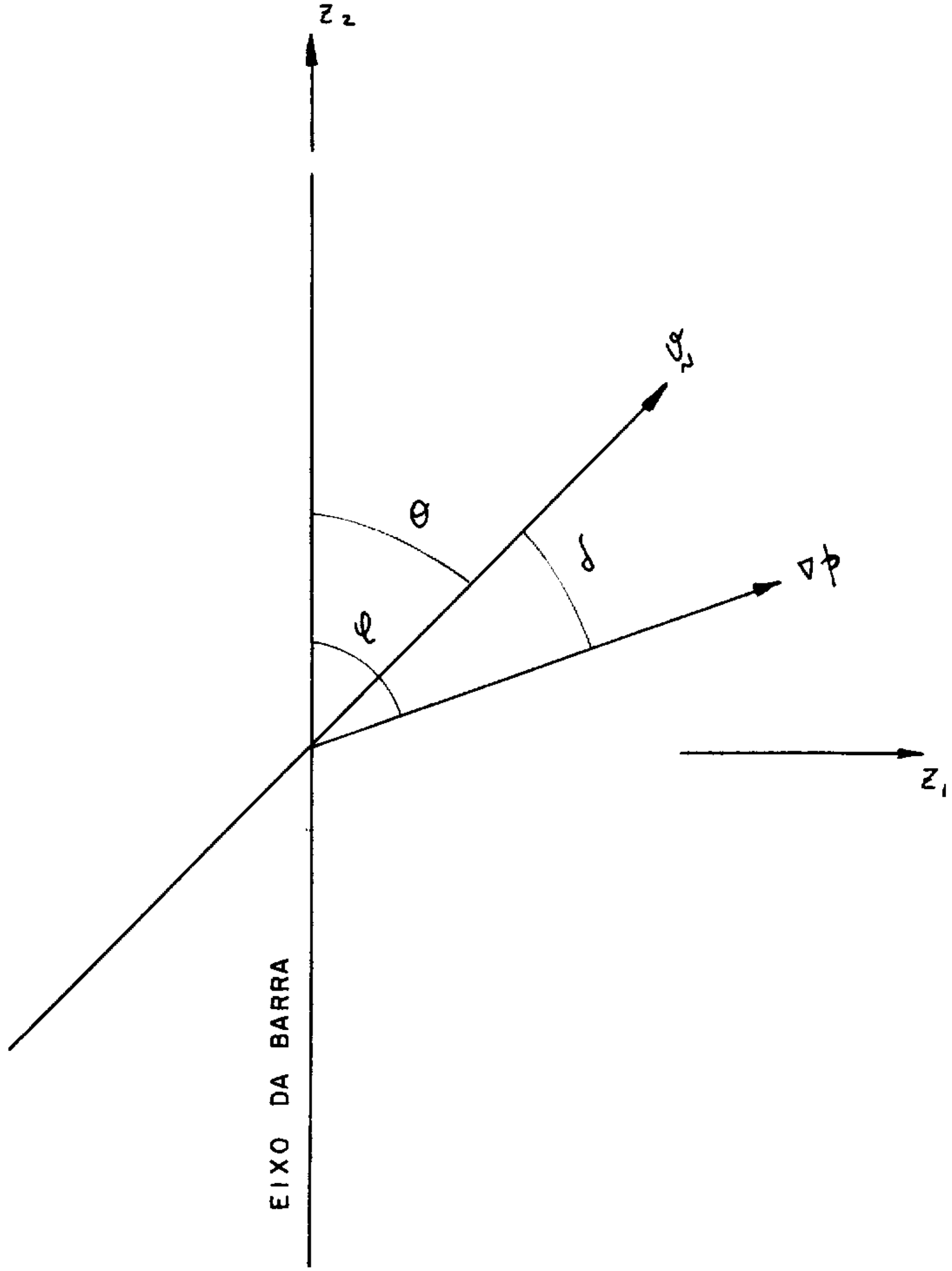


FIG. 15 - NOMENCLATURA DE ÂNGULOS E POSIÇÃO DO SISTEMA DE COORDENADAS EM RELAÇÃO A UMA BARRA

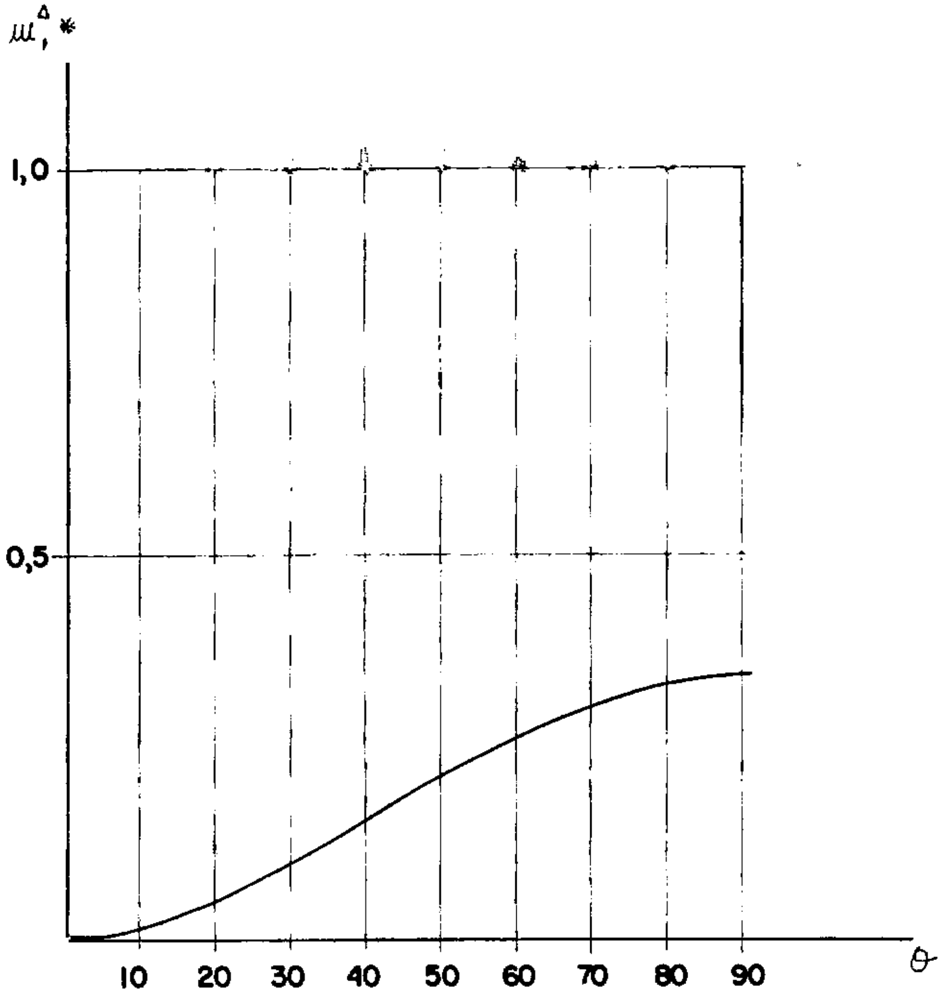


FIG. 16 - VALOR DE m_1^* COMO FUNÇÃO DE θ, PARA ARRANJO TRIANGULAR - ε = 0,45 , Re = 10000

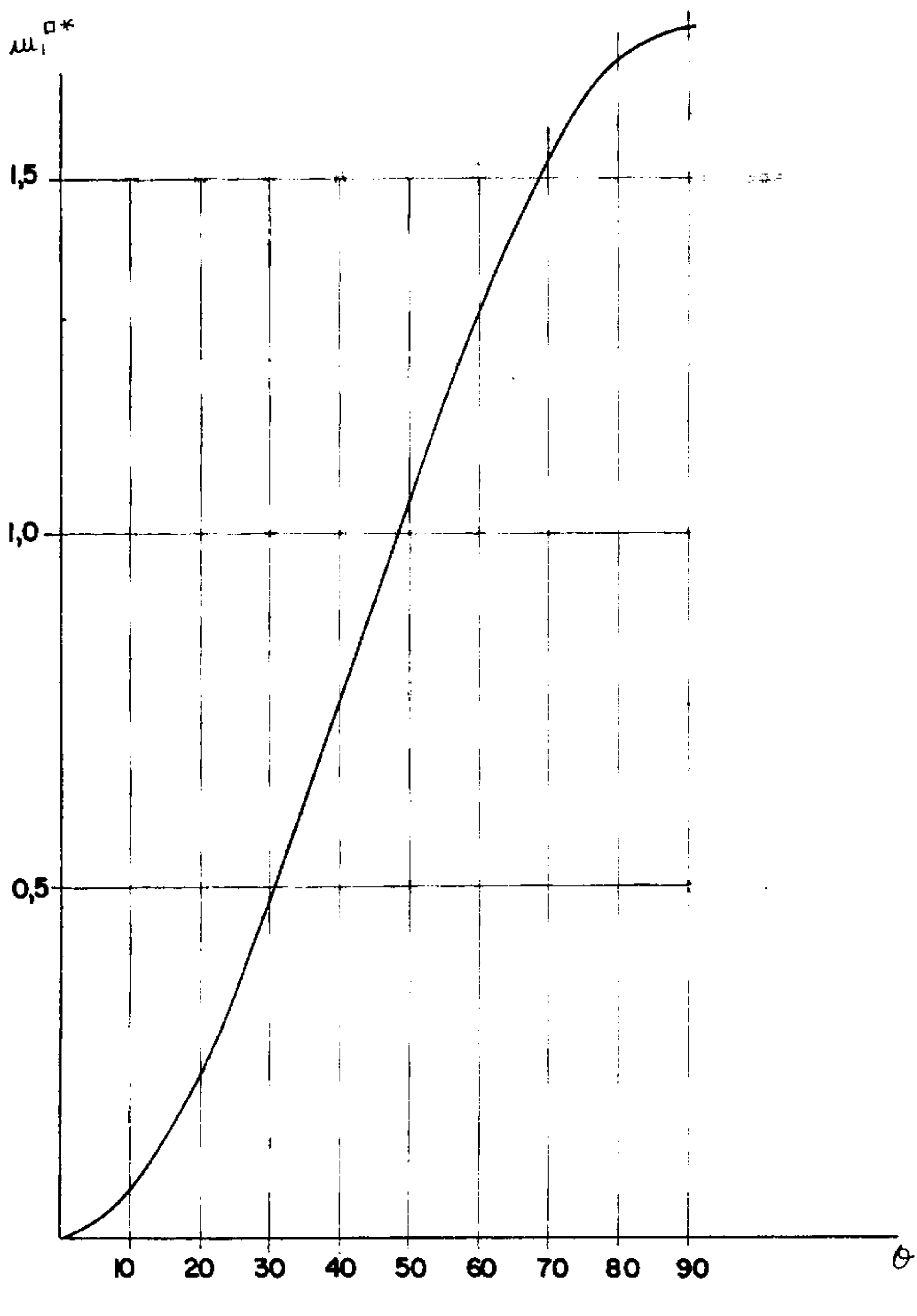


FIG. 17 - VALOR DE m_1^* COMO FUNÇÃO DE θ, PARA ARRANJO QUADRANGULAR - $\varepsilon = 0,45$ - Re = 10000

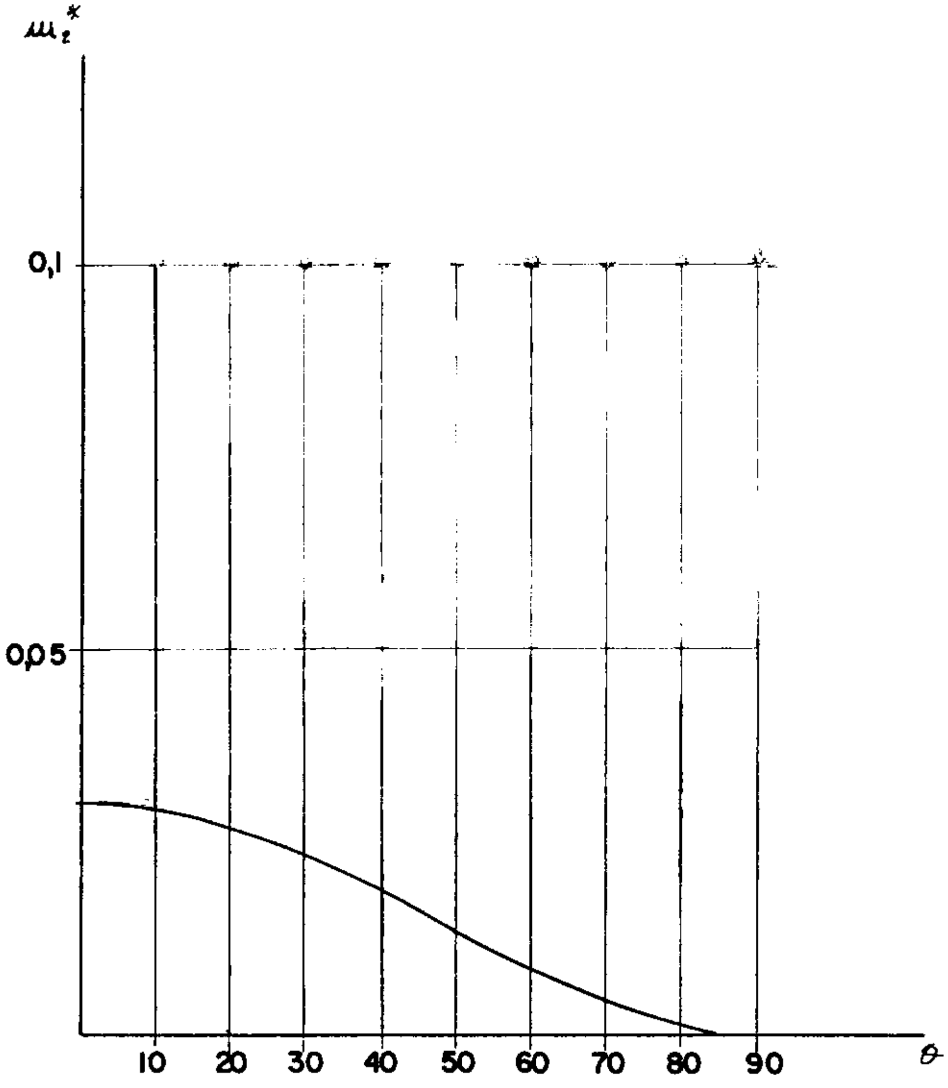


FIG. 18 - VALOR DE m_2^* COMO FUNÇÃO DE θ, PARA QUALQUER TIPO DE ARRANJO - $\varepsilon = 0,45$, Re = 10000

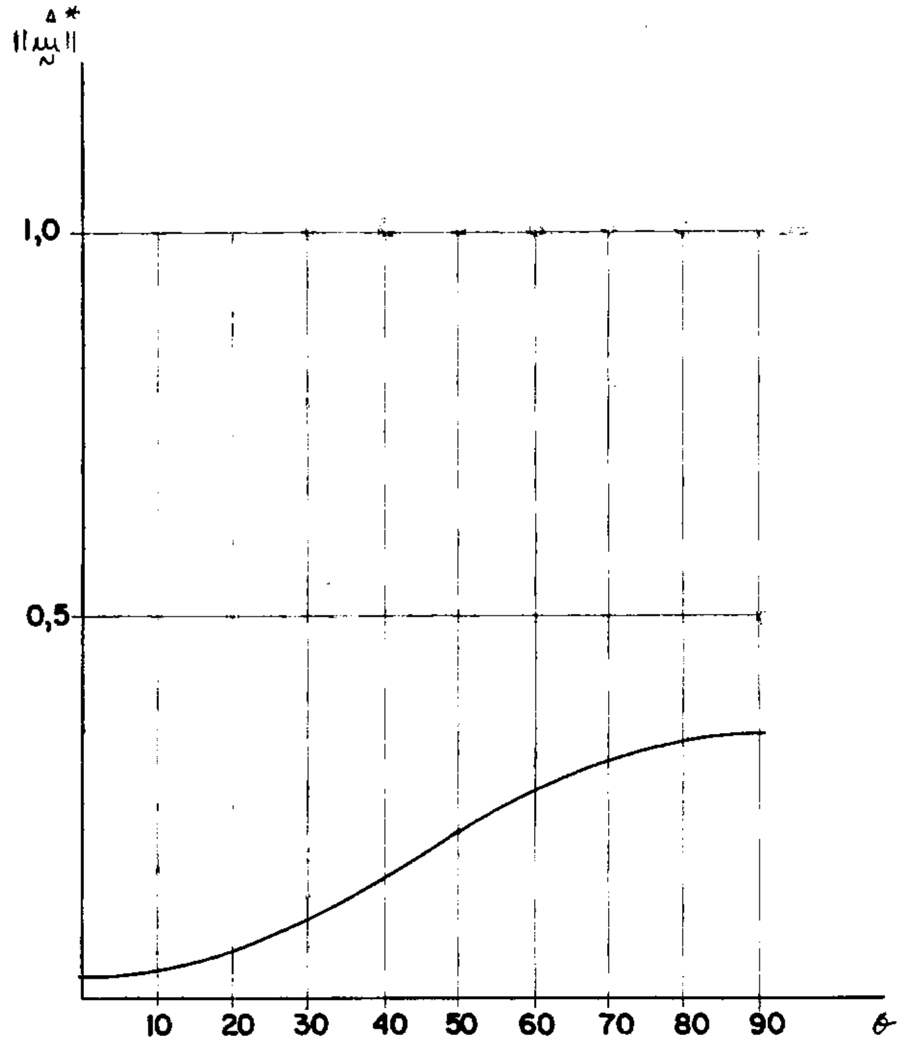


FIG. 19 - VARIAÇÃO DE $||\underset{\sim}{m}^*||$ COMO FUNÇÃO DE θ, PARA ARRANJO TRIANGULAR - $\varepsilon = 0{,}45$, $Re = 10000$

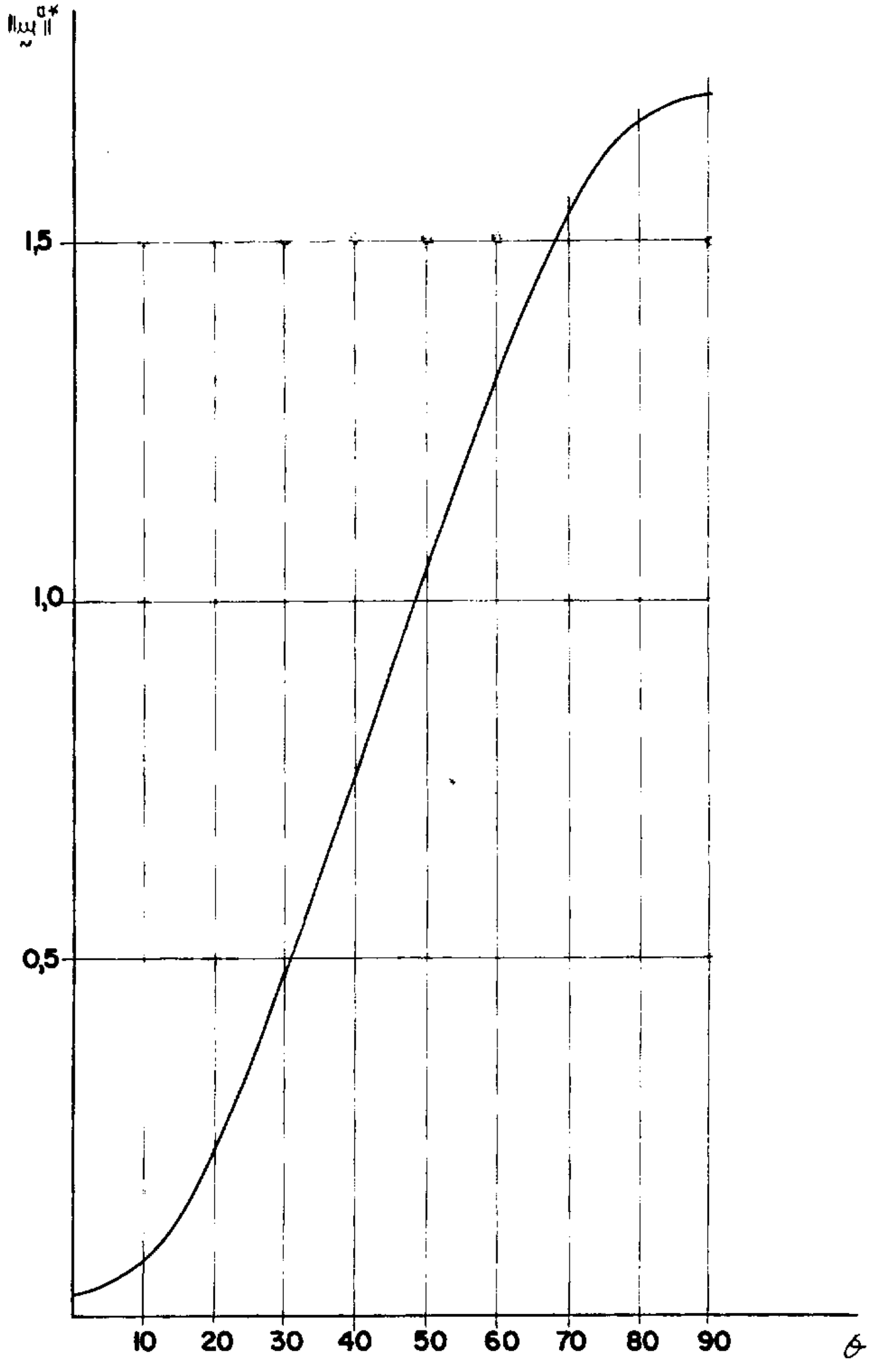


FIG. 20 - VARIAÇÃO DE $||\underset{\sim}{m}^*||$ COMO FUNÇÃO DE θ PARA ARRANJO QUADRANGULAR - $\varepsilon = 0,45$, Re = 10000

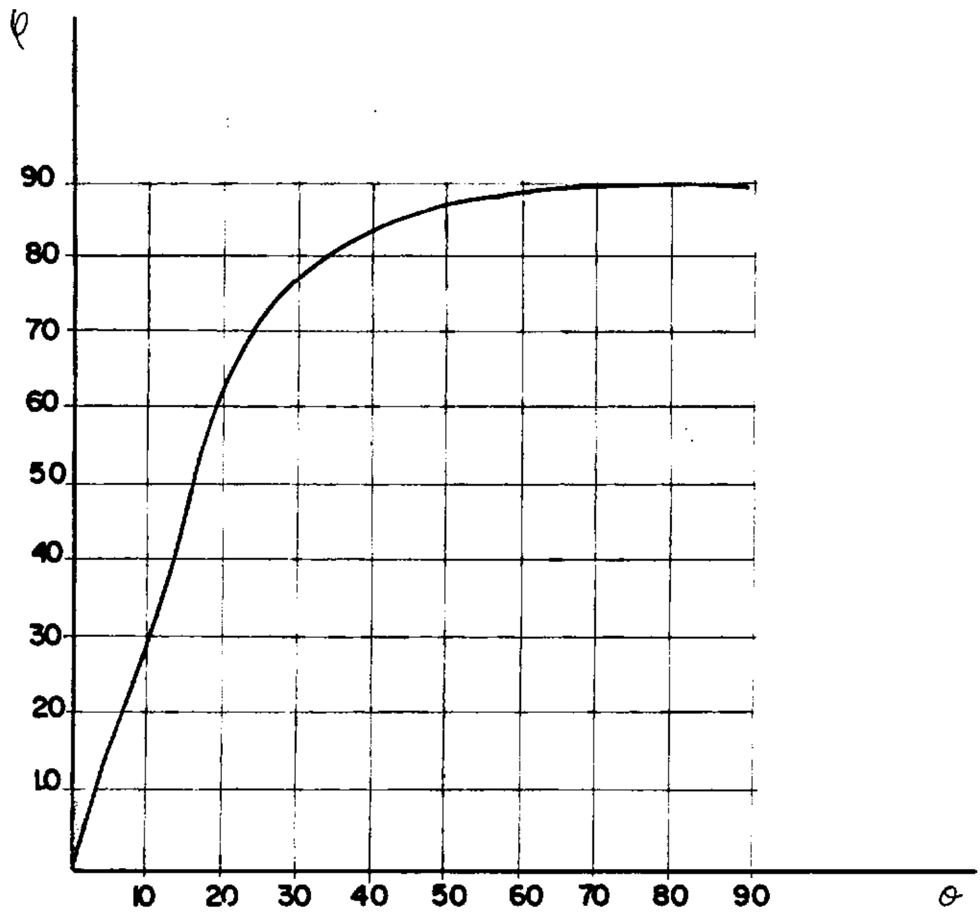


FIG. 21 - VARIAÇÃO DE Φ PARA Re = 10000 E ARRANJO TRIANGULAR

$\varepsilon = 0,45$

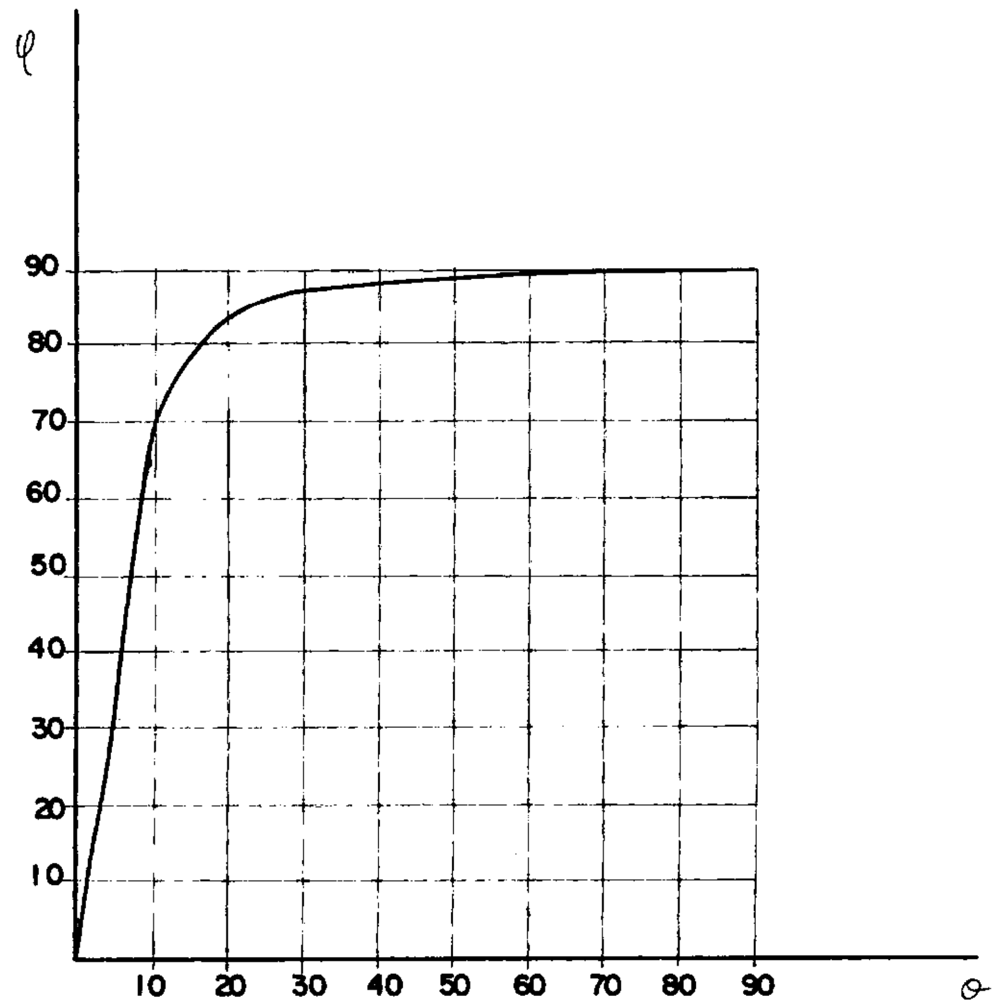


FIG. 22 - VARIAÇÃO DE ϕ PARA Re = 10000 E ARRANJO QUADRANGULAR - ε = 0,45

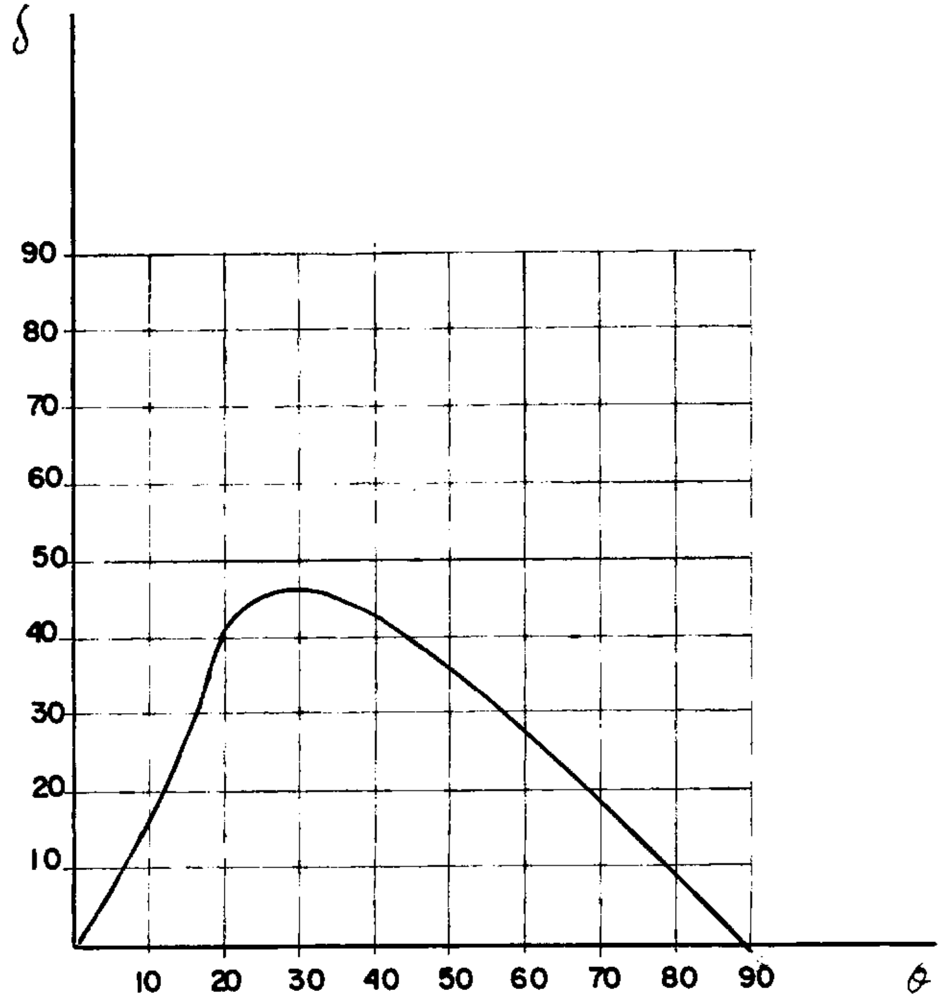


FIG. 23 - VARIAÇÃO DE δ PARA Re = 10000, E ARRANJO TRIANGULAR - $\varepsilon = 0,45$

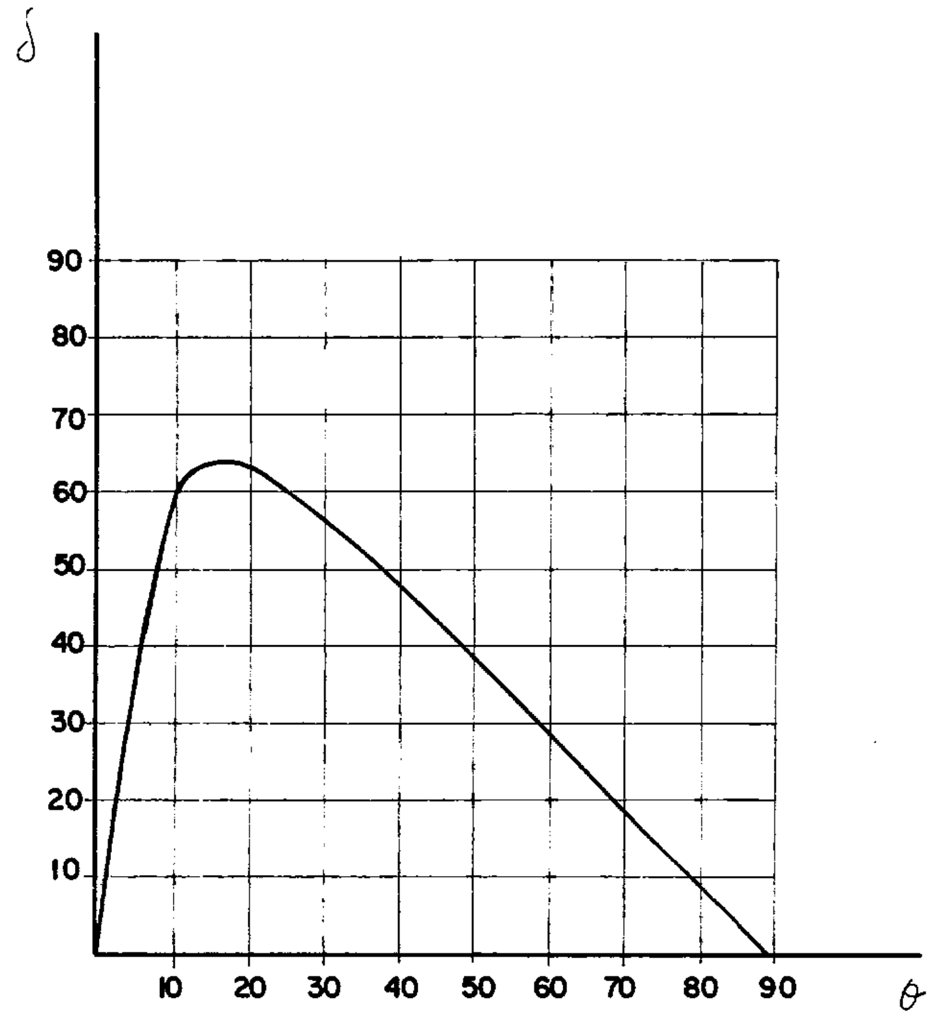
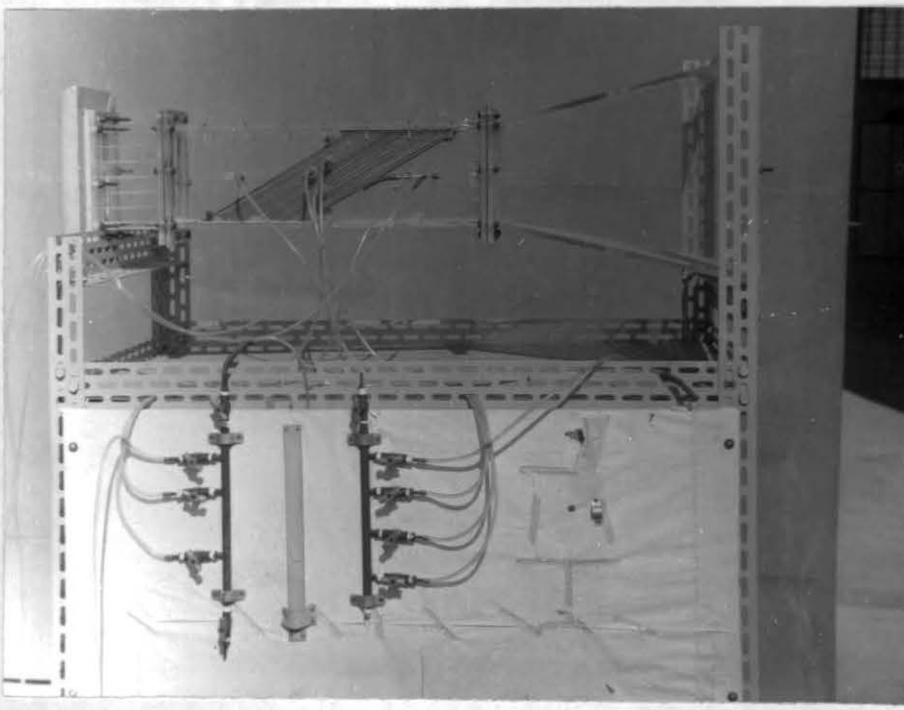


FIG. 24 - VARIAÇÃO DE δ PARA Re = 10000, E ARRANJO QUADRANGULAR - $\varepsilon = 0,45$



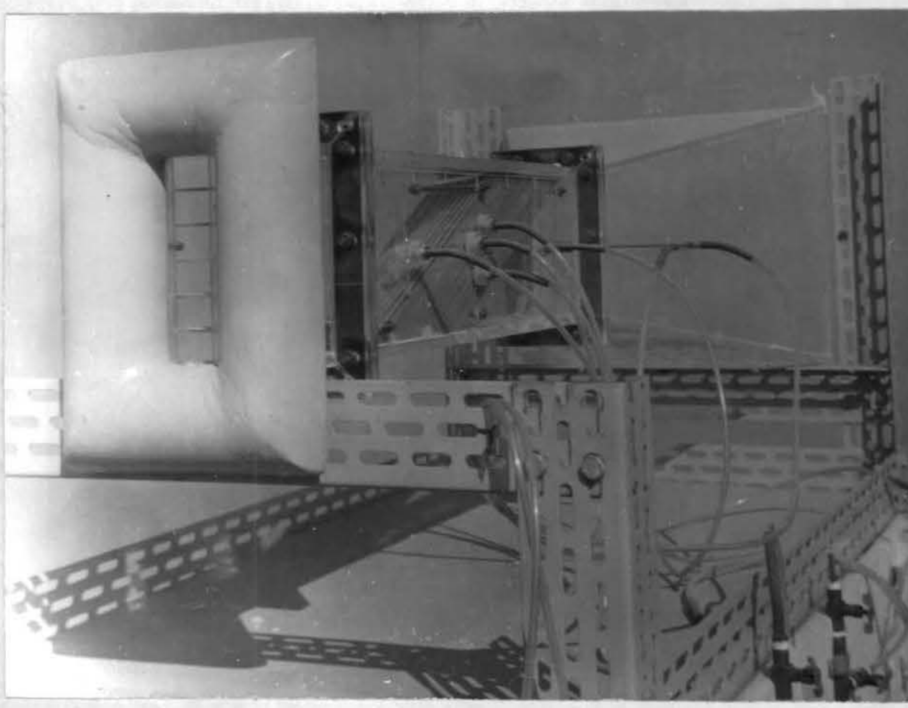
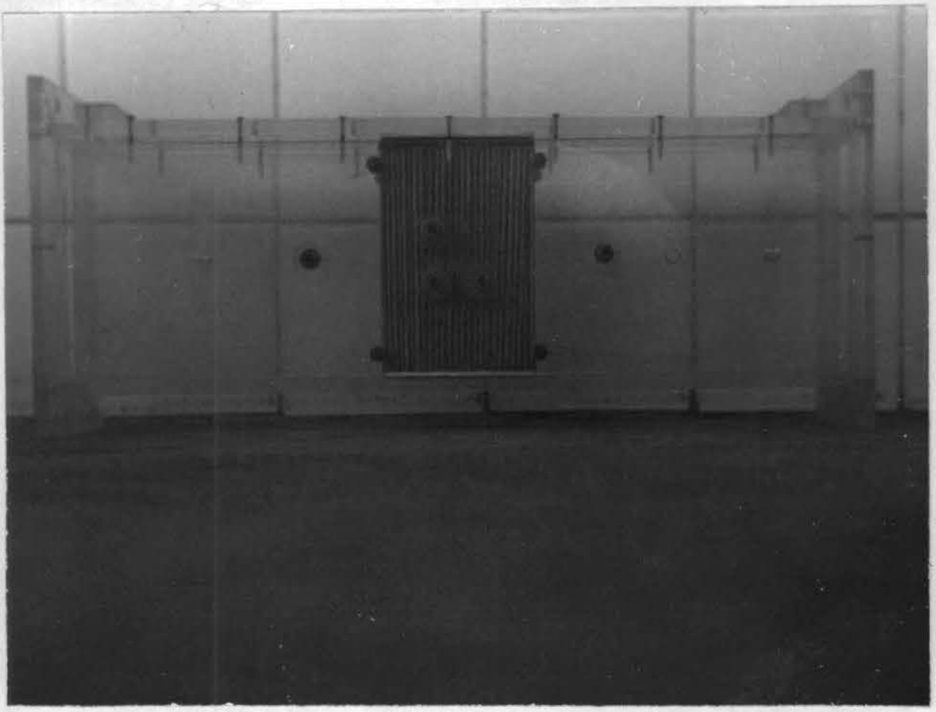


FIG. 25 - O DISPOSITIVO DE TESTES



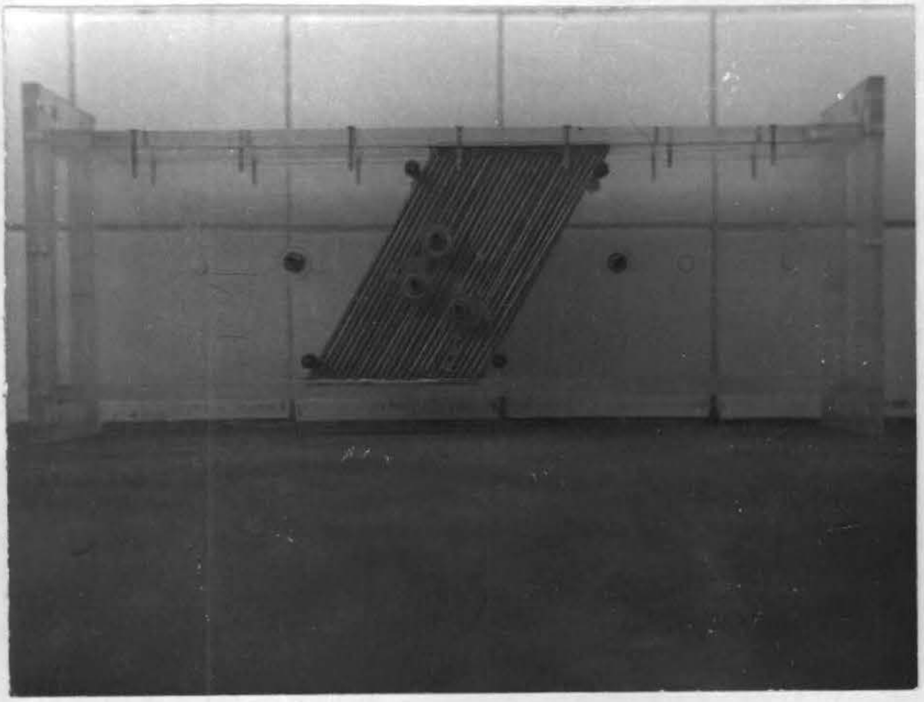


FIG. 26 - OS MÓDULOS DE TESTE

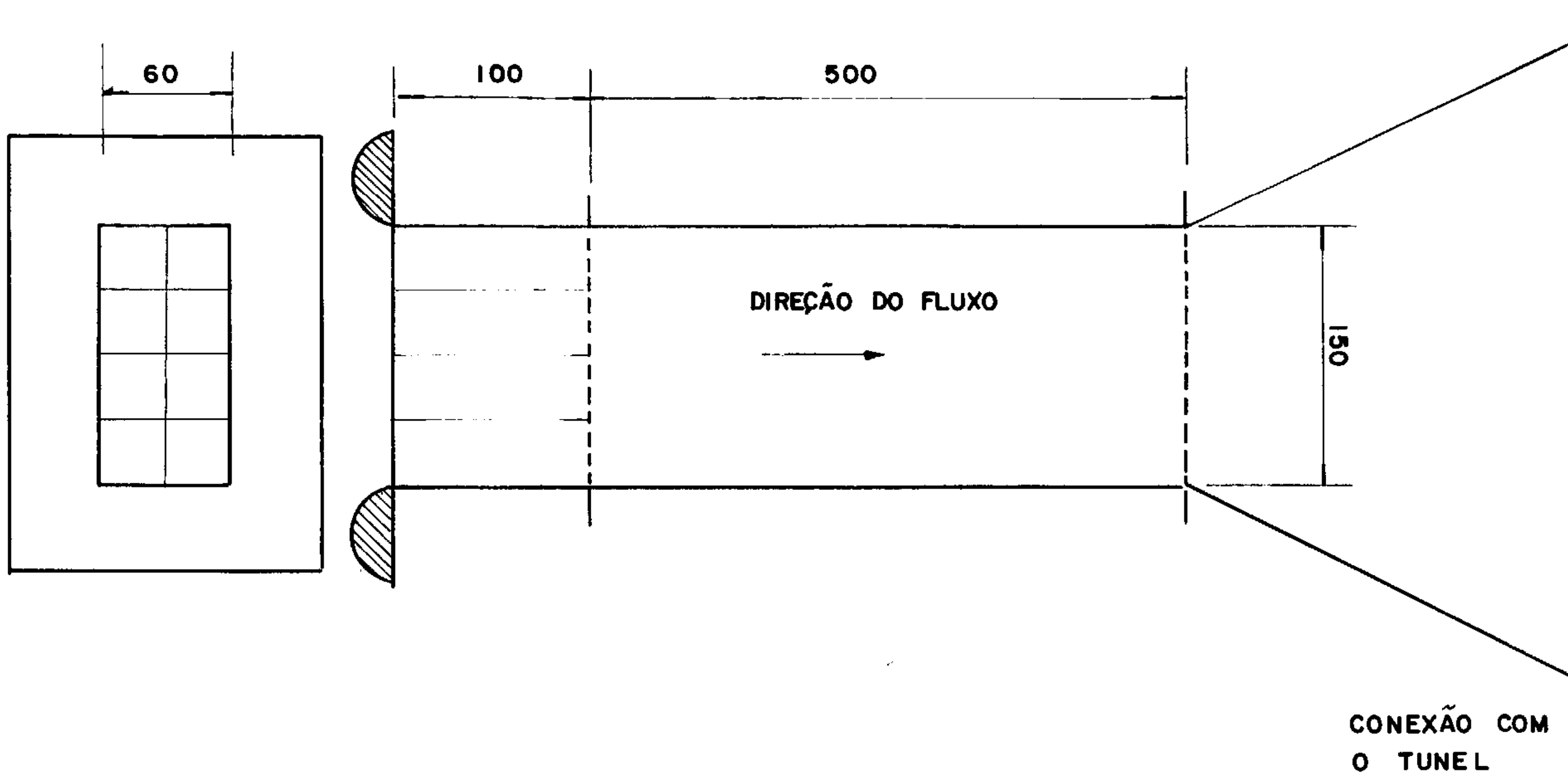
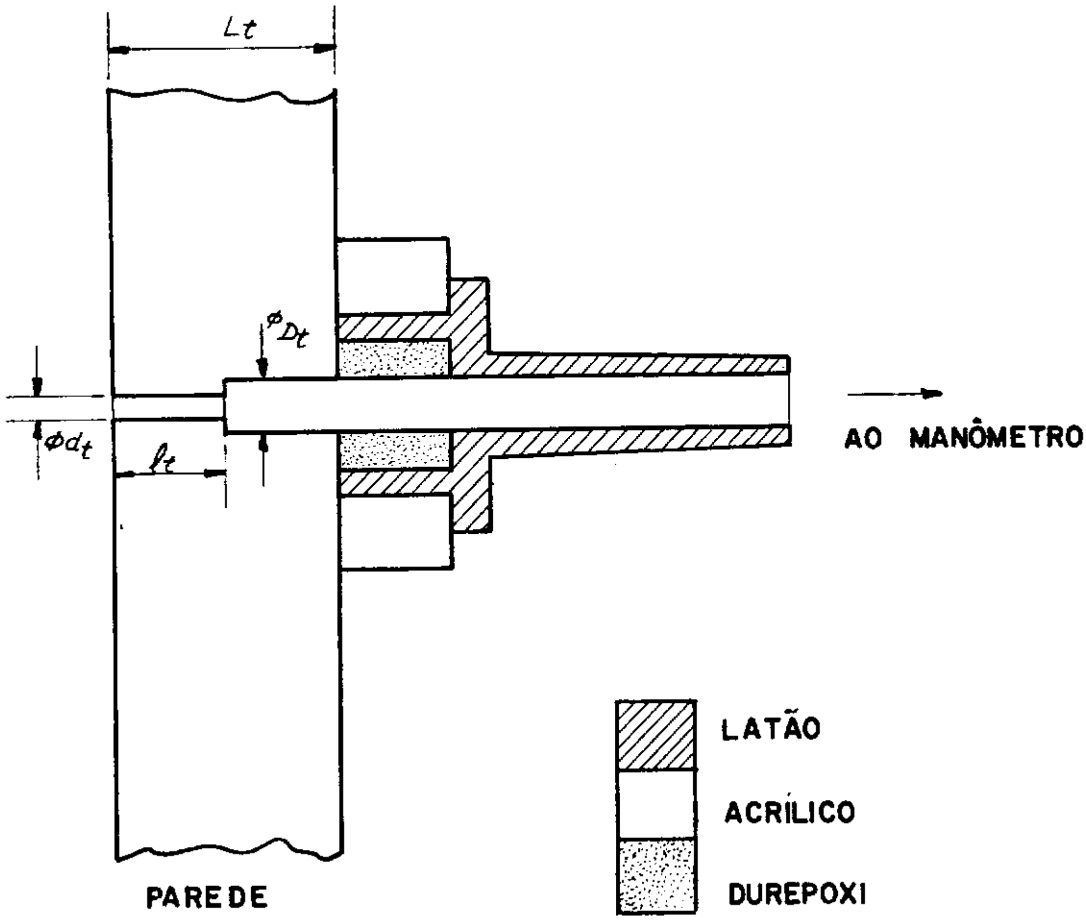


FIG. 27 - DIMENSÕES (INTERNAS) BÁSICAS DO DISPOSITIVO



$Lt = 10$ mm

$\ell t = 5{,}0$ mm

$dt = 1{,}0$ mm

$Dt = 2{,}0$ mm

FIG. 28 - TOMADA DE PRESSÃO

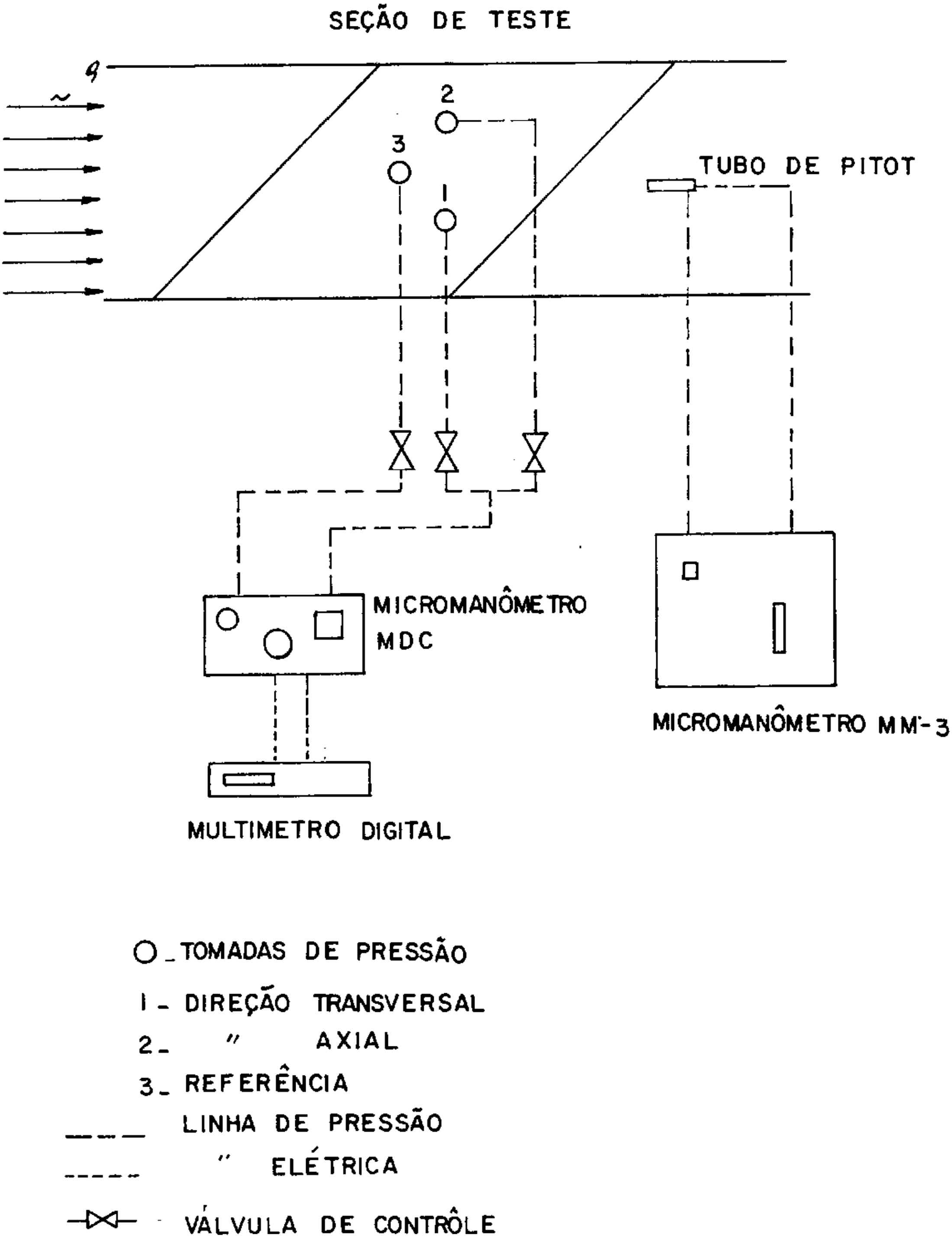


FIG. 29 - ESQUEMA DO CIRCUITO DE MEDIDAS

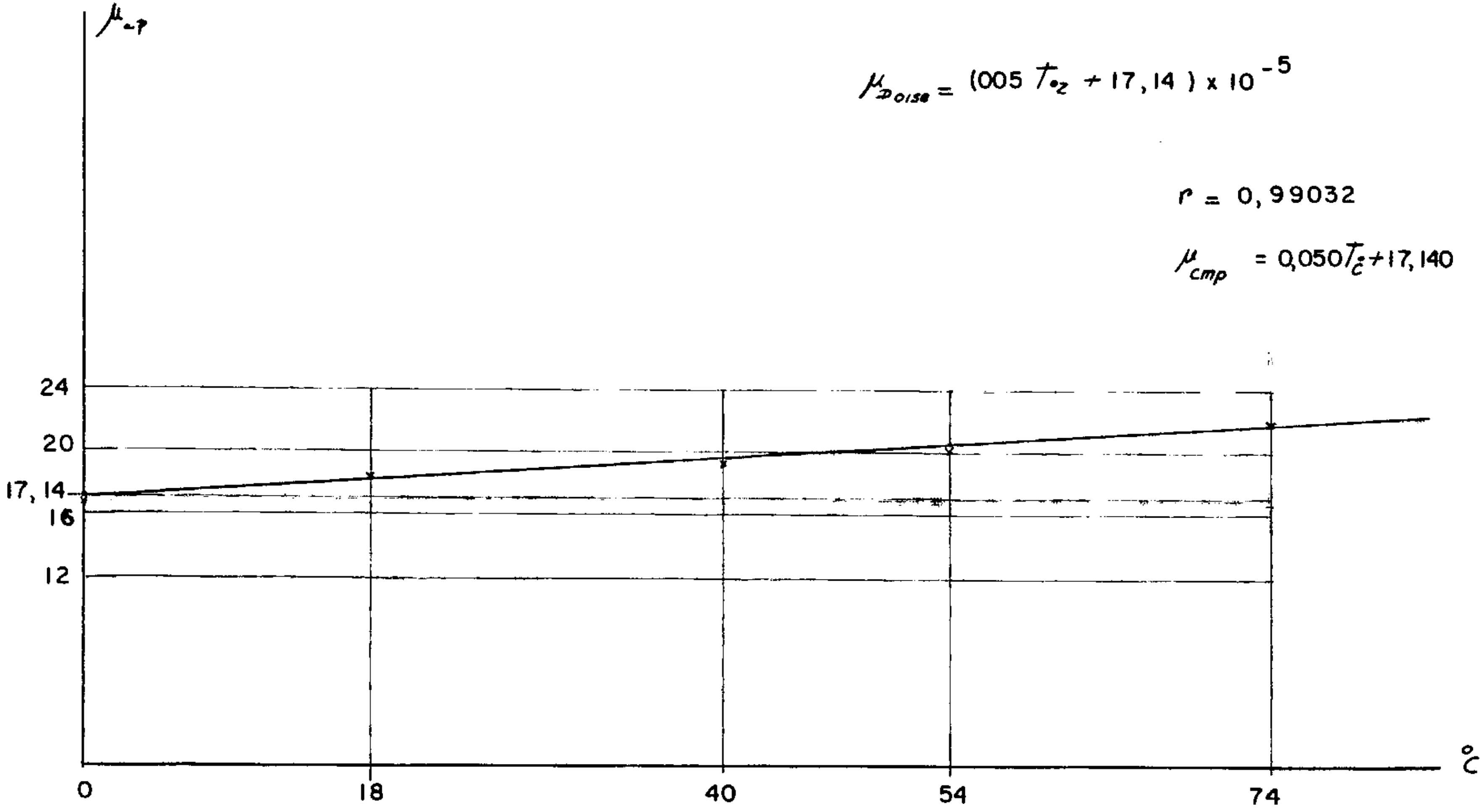
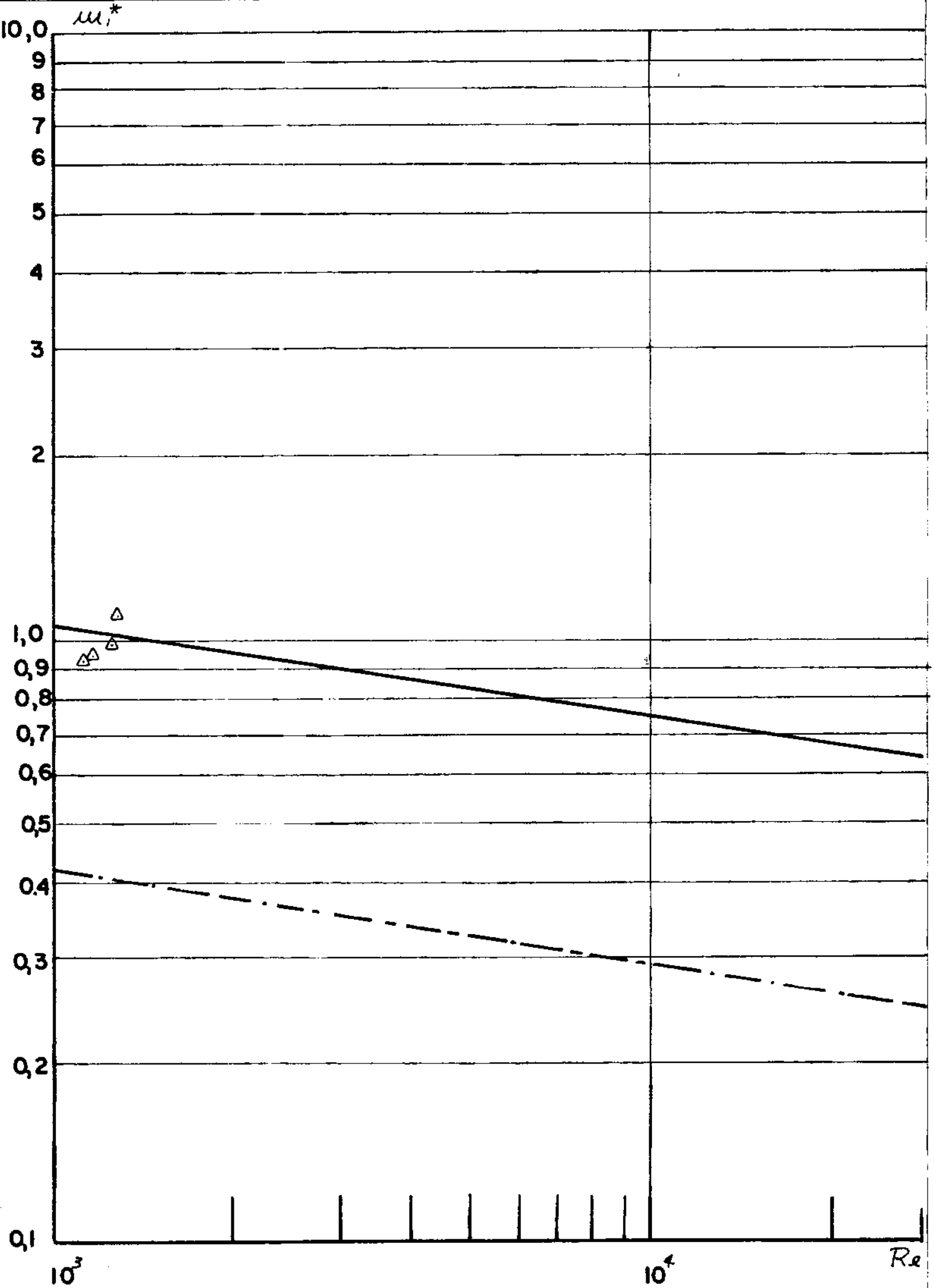


FIG. 30 - VISCOSIDADE DO AR

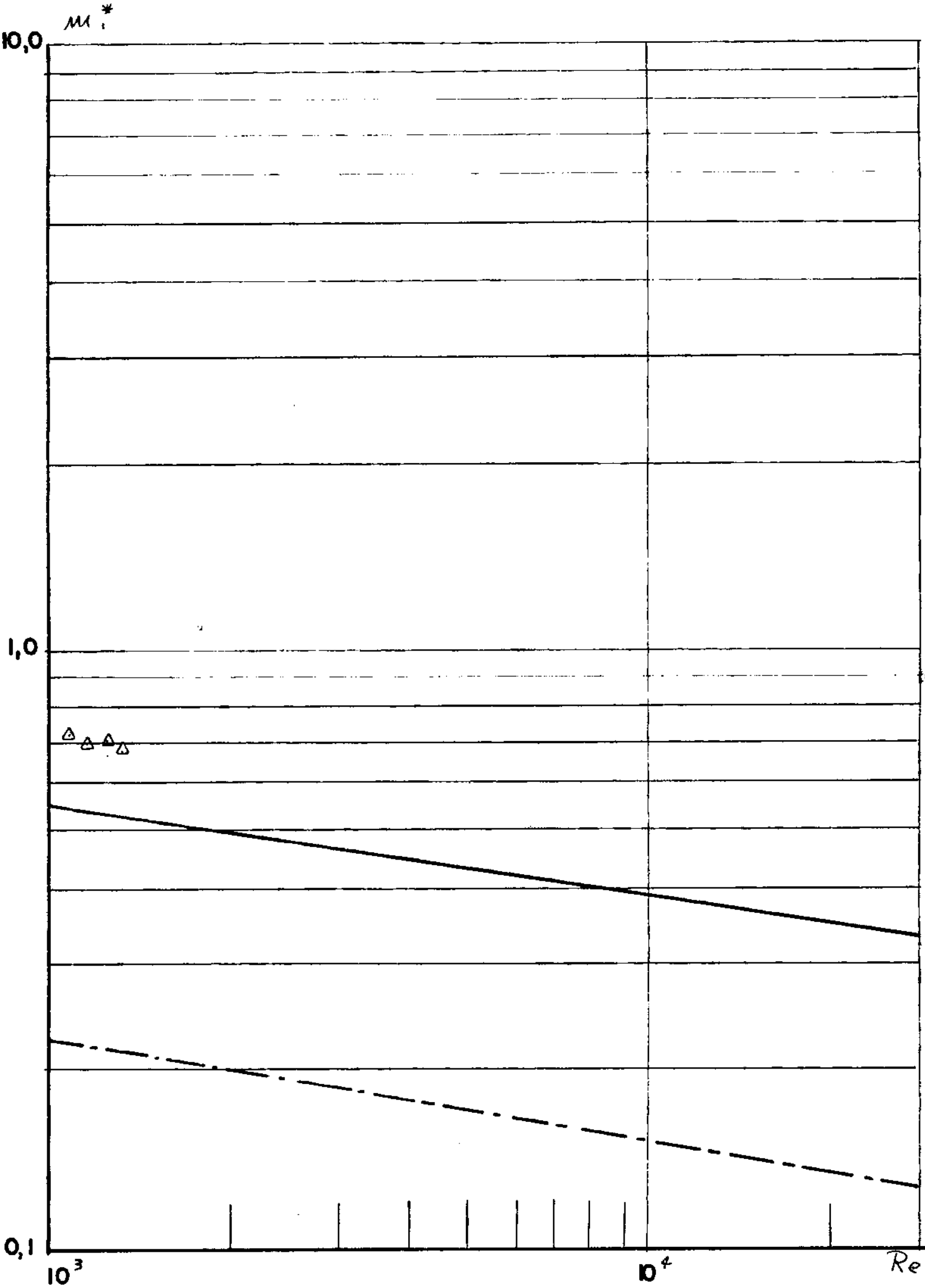


▲ EXPERIMENTAL - ε = 0,53 , θ = 90° (TRANSVERSAL)

——— TEÓRICO - m_i^* PARA ARRANJO QUADRANGULAR

—·—·— TEÓRICO - m_i^* PARA ARRANJO TRIANGULAR

FIG.31 - COMPARAÇÃO DE m_i^* MEDIDO E CALCULADO- ε=0,53, θ = 90°

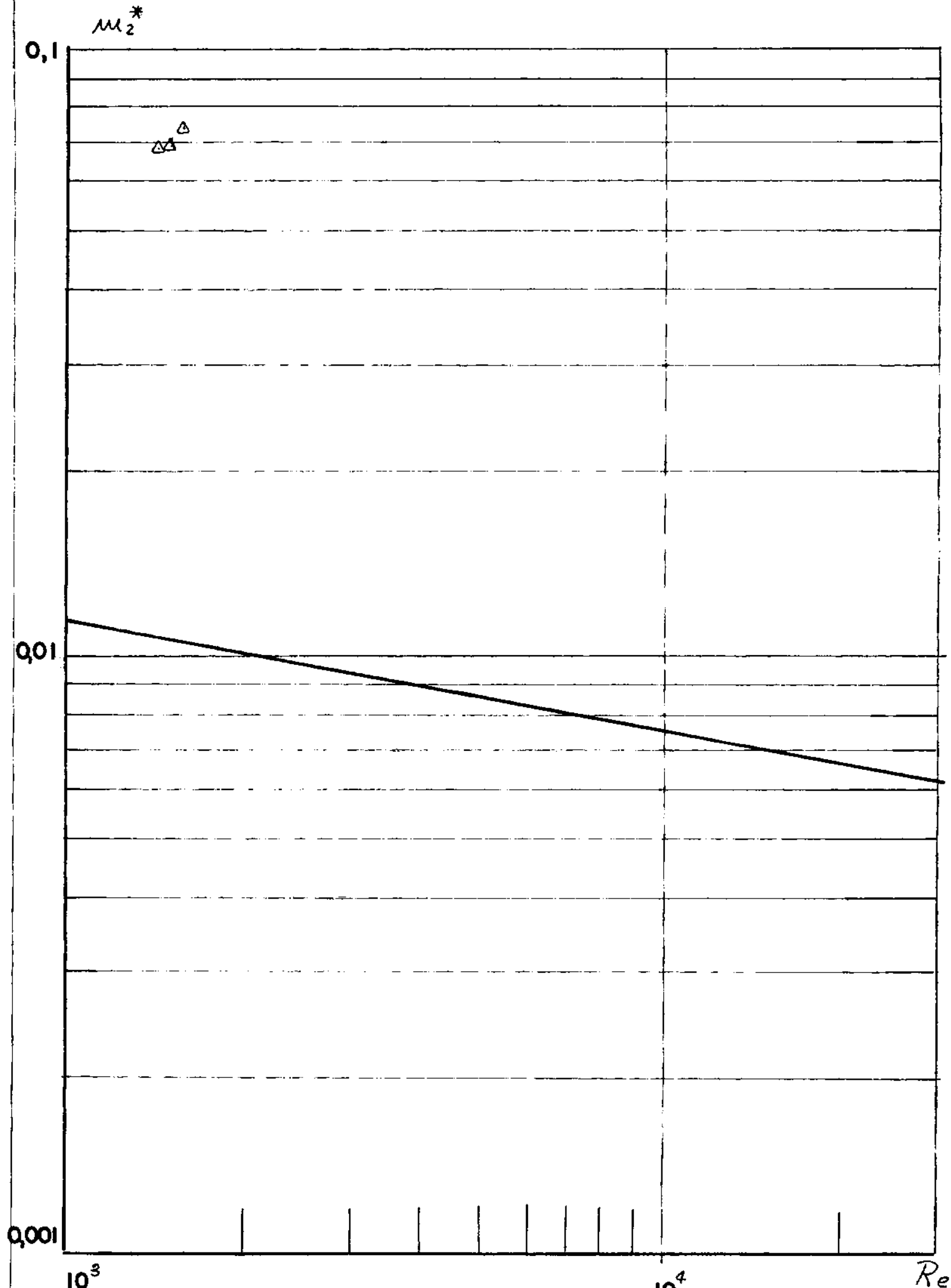


△ EXPERIMENTAL $\varepsilon = 0,53$, $\theta = 45^{o}$ (TRANSVERSAL)

—— TEÓRICO - m_i^* PARA ARRANJO QUADRANGULAR

—·— TEÓRICO - m_i^* PARA ARRANJO TRIANGULAR

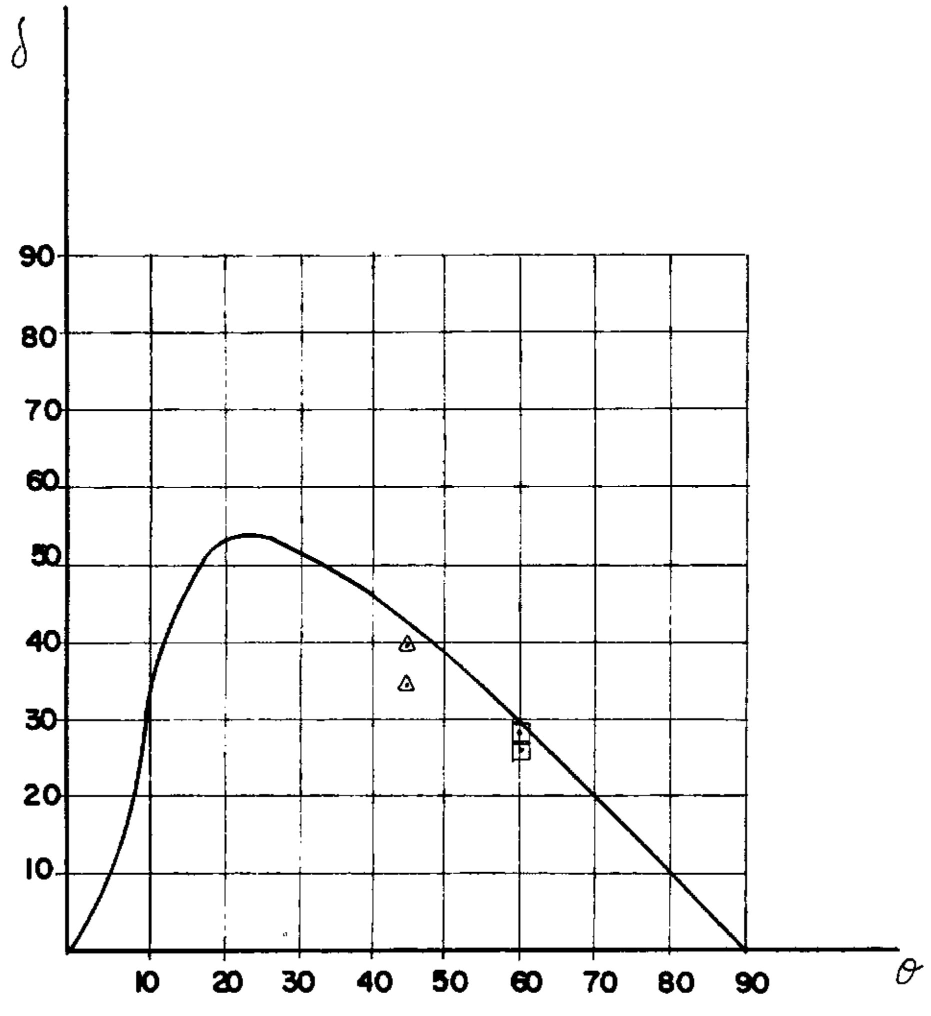
FIG. 32 - COMPARAÇÃO DE m_i^* MEDIDO E CALCULADO ε=0,53, θ = 90^{o}



▲ EXPERIMENTAL $\varepsilon = 0,53$, $\theta = 45^{o}$ (AXIAL)

—— TEÓRICO m_2^*

FIG. 33 - COMPARAÇÃO DE m_2^* MEDIDO E CALCULADO $\varepsilon = 0,53$

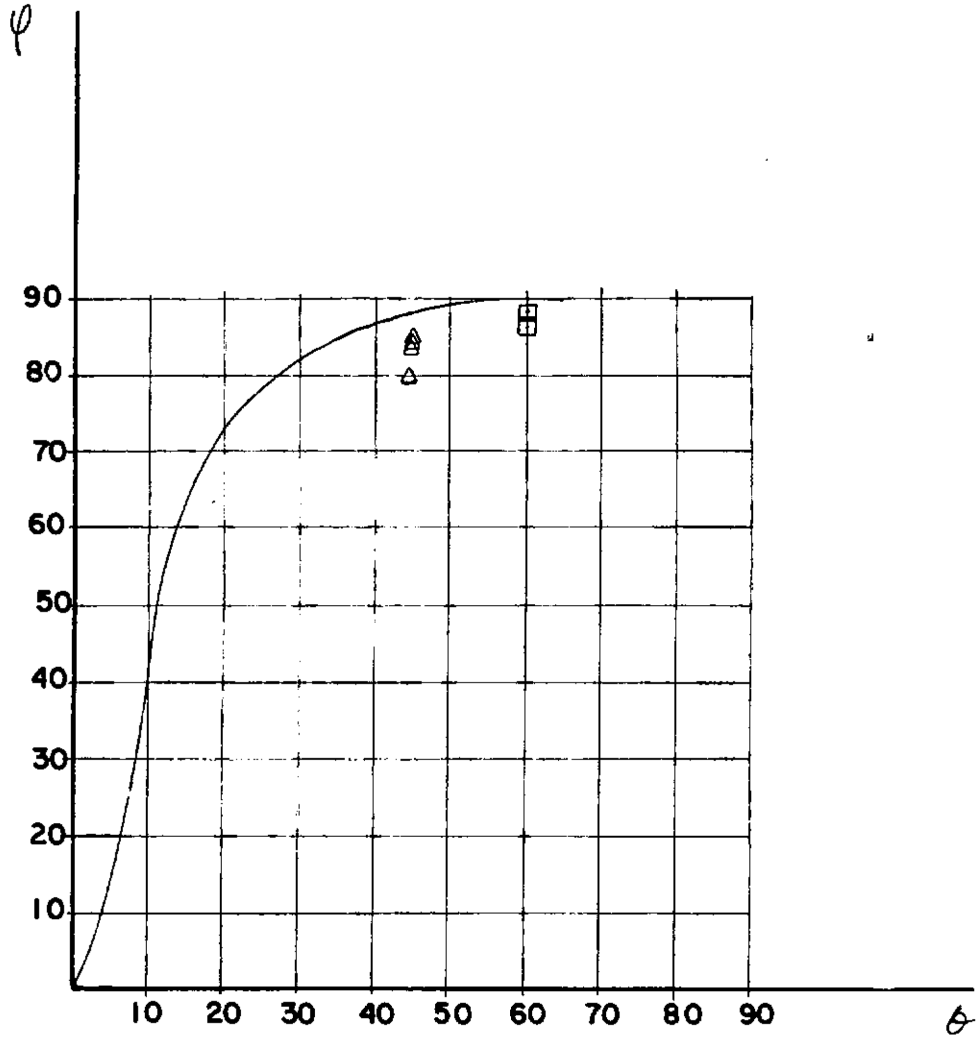


——— TEÓRICO (ARRANJO QUADRANGULAR) $\varepsilon = 0{,}54$

△ ε 0,53 } Re $\cong$ 1200

⊡ $\varepsilon = 0{,}55$ }

FIG. 34 - COMPARAÇÃO ENTRE O VALOR DE δ MEDIDO E CALCULADO



——— TEÓRICO (ARRANJO QUADRANGULAR) $\varepsilon = 0,54$

△ $\varepsilon = 0,53$ } Re ≅ 1200
⊡ $\varepsilon = 0,55$ }

FIG. 35 - COMPARAÇÃO ENTRE O VALOR DE ϕ MEDIDO E CALCULADO

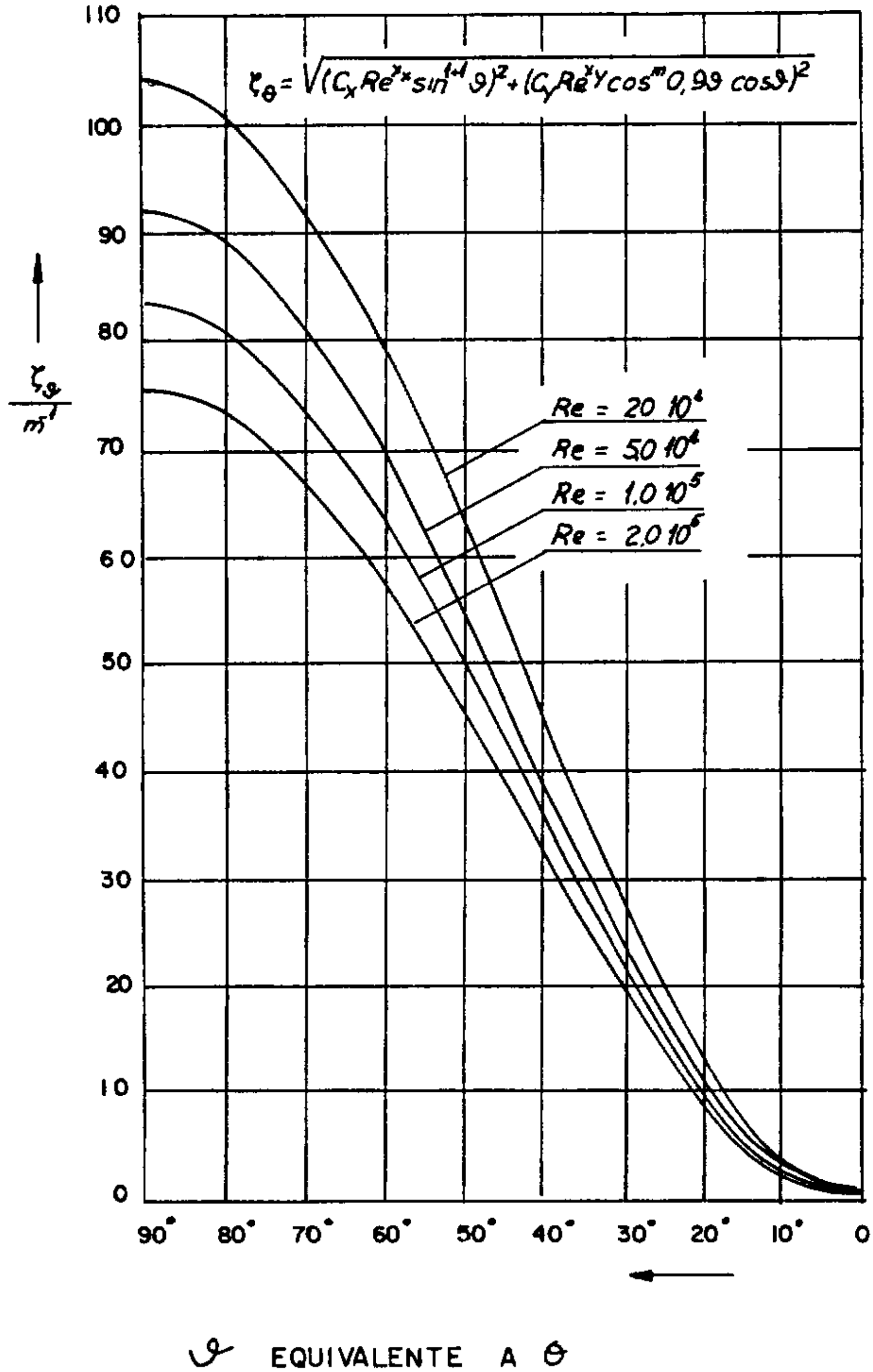


FIG. 36 - COMPORTAMENTO DA FUNÇÃO ζ_V

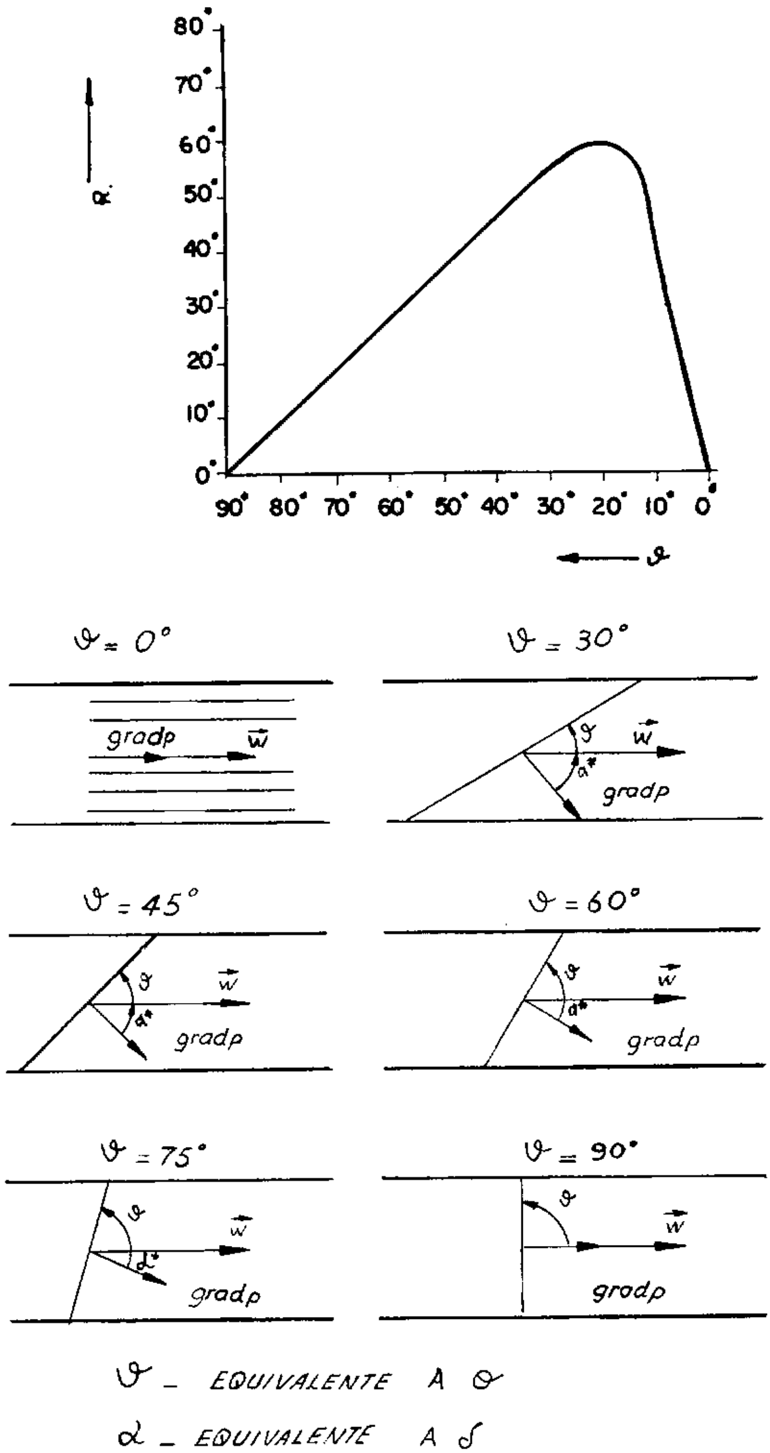
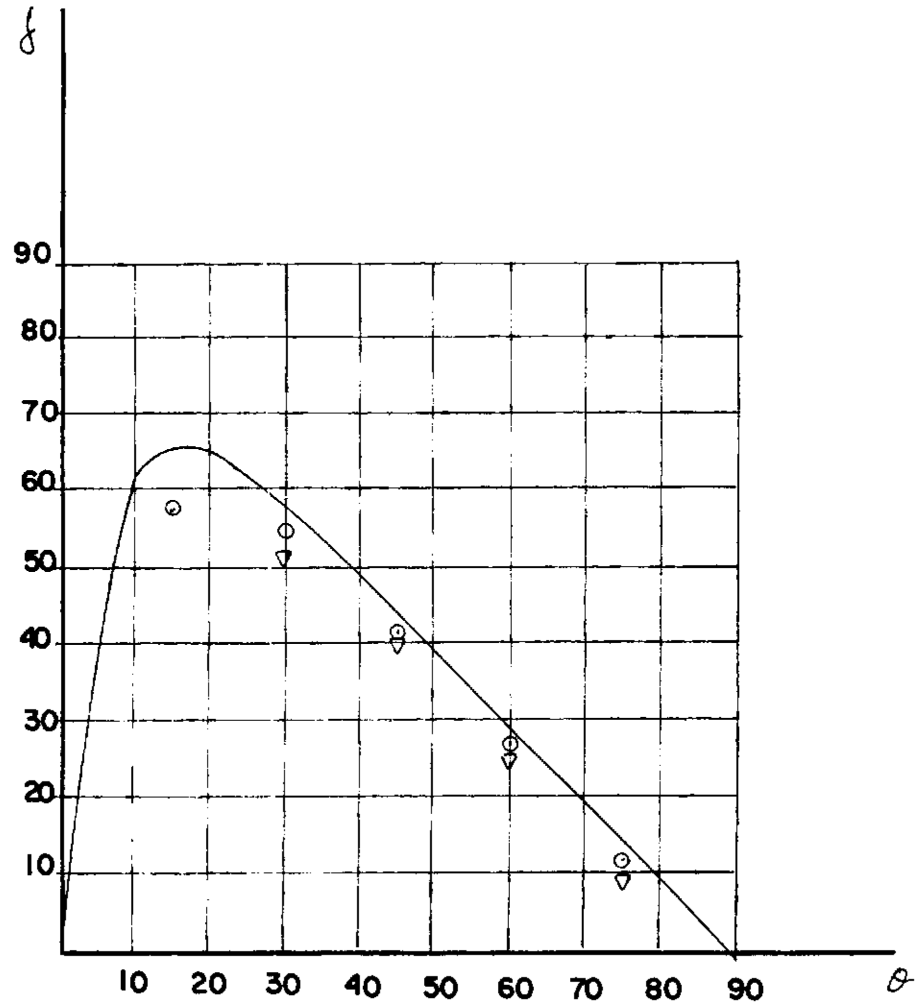


FIG. 37 - POSIÇÃO DO VETOR VELOCIDADE EM RELAÇÃO AO GRADIENTE DE PRESSÃO



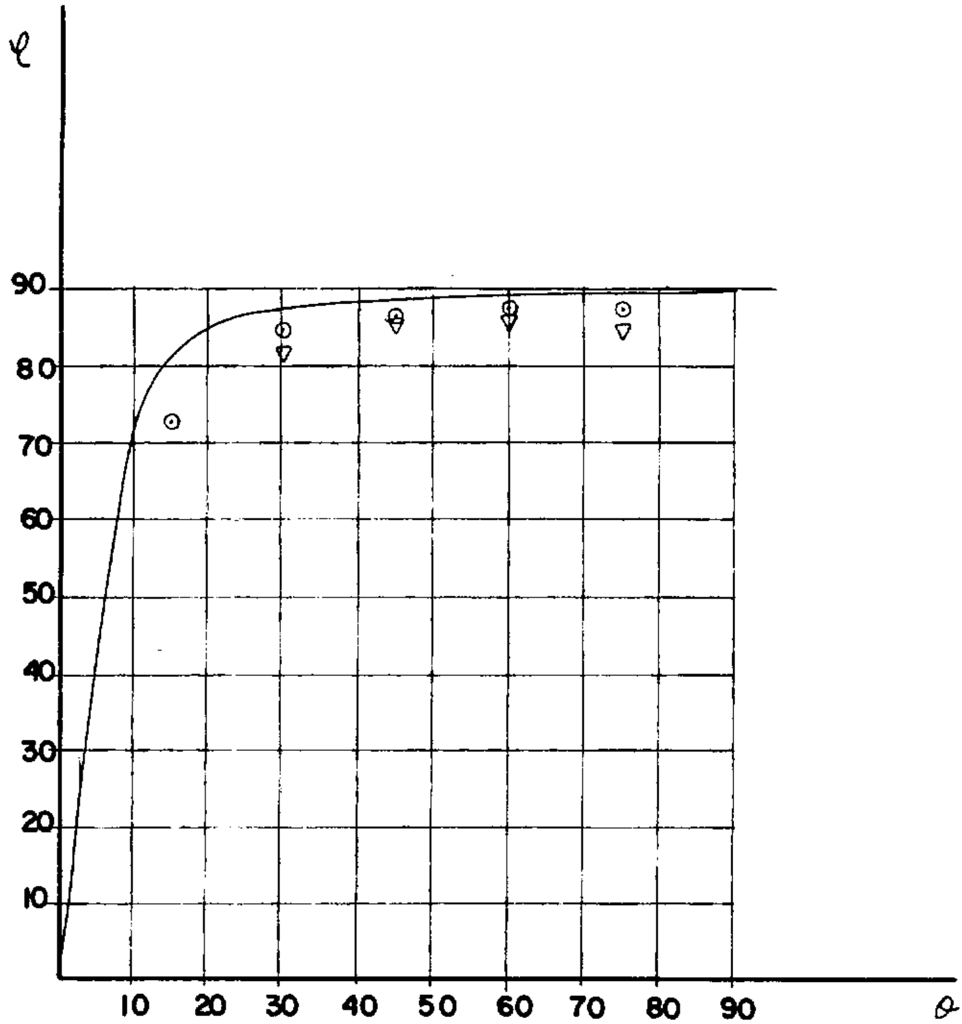
▽ BÖTTGENBACH EXPERIMENTAL

⊙ BÖTTGENBACH TEÓRICO

—— PRESENTE TEORIA

ARRANJO QUADRANGULAR $\varepsilon = 0{,}45$, Re 200000

FIG. 38 - COMPARAÇÃO DOS VALORES DE δ DE ACORDO COM BÖTTGENBACH E A PRESENTE TEORIA



▽ BÖTTGENBACH EXPERIMENTAL

○ BÖTTGENBACH TEÓRICO

—— PRESENTE TEORIA

ARRANJO QUADRANGULAR $\varepsilon = 0,45$, Re 200000

FIG. 39 - COMPARAÇÃO DOS VALORES DE Φ DE ACORDO COM BÖTTGENBACH E A PRESENTE TEORIA

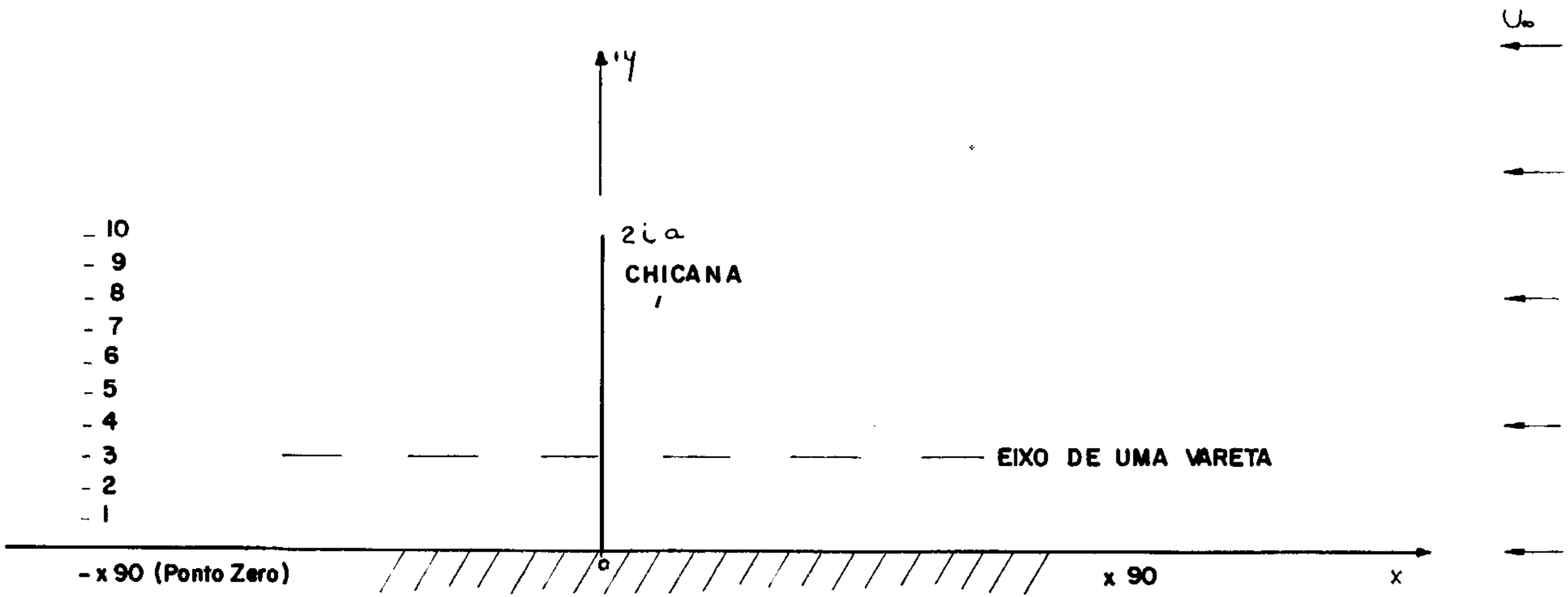


FIG. 40 - ESQUEMA PARA O EXEMPLO

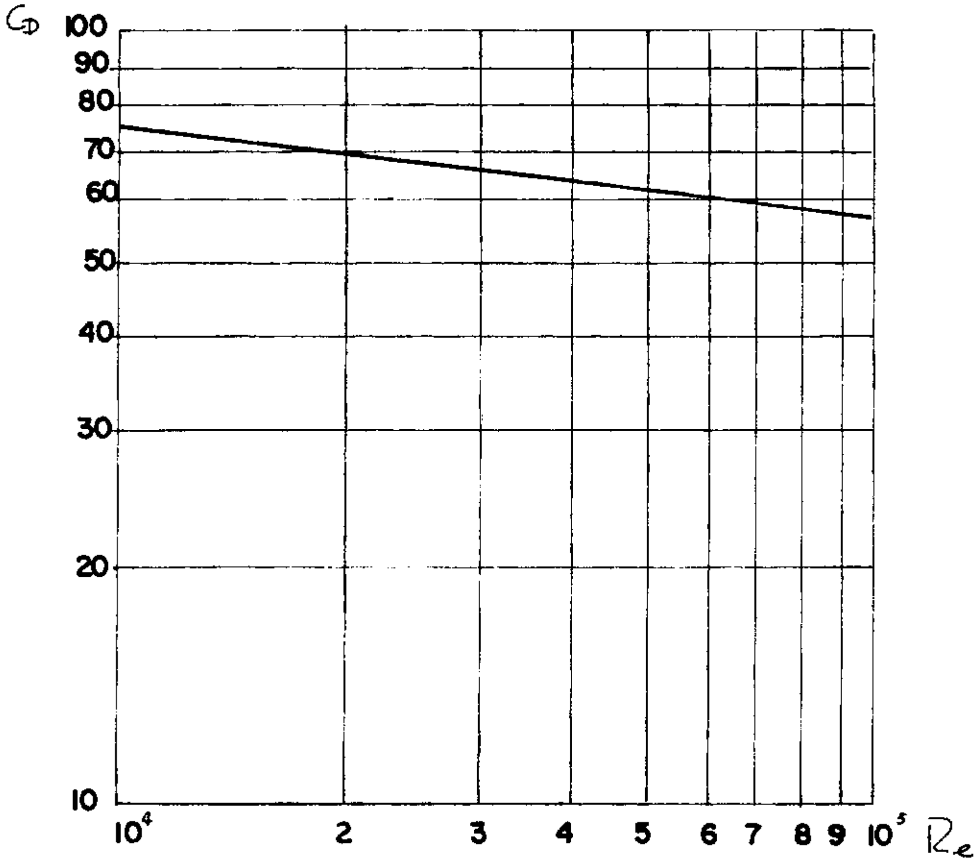


FIG. 41 - COEFICIENTE DE ARRASTE PARA UMA CHICANA - ARRANJO QUADRANGULAR, $\varepsilon = 0,45$

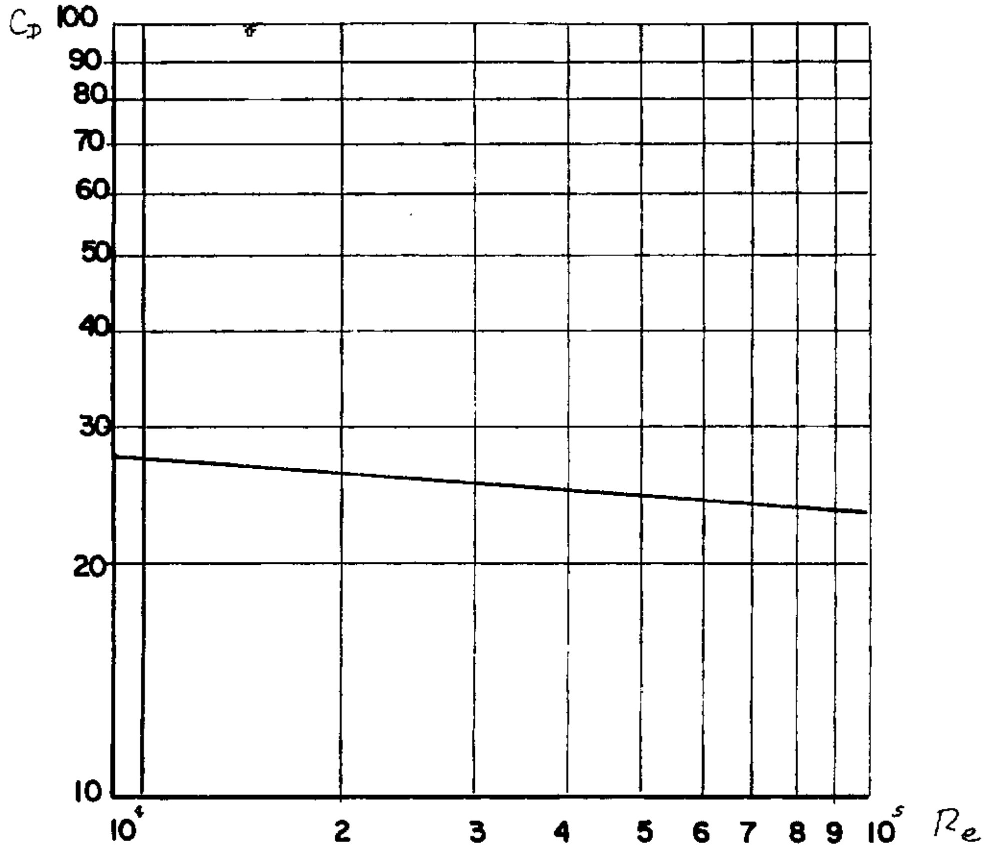


FIG. 42 - COEFICIENTE DE ARRASTE PARA UMA CHICANA - ARRANJO TRIANGULAR, $\varepsilon = 0,45$

BIBLIOGRAFIA

1. WEISS, E., MARKLEY, R.A., BATTACHARYYA, A. - "Open Duct Cooling - Concept for the Radial Blanket Region of a Fast Breeder Reactor" - Nuclear Engineering and Design, 16(1971) pp 375-386.

2. ZIEGLER, A. - "Strömungsfeld in Reaktoren mit Offenen Brennelementen" - Atomkernenergie Db. 27 (1976) Lfg.2 S. 120-124.

3. BÖTTGENBACH, H. - "Messungen von Stromungsfeldern in Engen Stabbündeln zur Überprüfung Einer Anisotropen Strömungsfeldtheorie" - Doktorarbeit zur Erlangung des Grades Doktor-Ingenieur der Abteilung für Maschinenbau der Ruhr- Universität Bochum (1977).

4. BUTTERWORTH, D. - "The Development of a Model for Three-Dimensional Flow in Tube Bundles" - Int. J. Heat and Mass Transfer, 21 (1978) pp 253-256.

5. GRIMINSON, E.D. - "Correlation and Utilization of New Data on Flow Resistance and Heat Transfer for Cross Flow of Gases Over Tube Banks" - Transactions of the ASME, 59 (1937), pp 583-594.

6. PIERSON, O.L. - "Experimental Investigation of the Influence of Tube Arrangement on Convection Heat Transfer and Flow Resistance in Cross Flow os Gases Over Tube Banks", Transactions of the ASME, 59(1973), pp 563-572.

7. ZUKAUSKAS, A. - "Heat Transfer from Tubes in Cross Flow" - Advances in Heat Transfer, 8 (1972) pp 93-160, Academic Press.

8. JAKOB, M. - "Heat Transfer and Flow Resistance in Cross Flow of Gases Over Tube Banks - Discussion" - Transactions of the ASME, 59(1938) pp 381-392.

9. LEWIS, M.J., BUETTIKER, P. - "Momentum Losses and Convective Heat Transfer in Rod Bundles - an Overview"- Nuclear Engineering and Design, 31(1974) pp 351-362.

10. NIJSING, R., GARGANTINI, I., EIFLER, W. - "Analysis of Fluid Flow and Heat Transfer in a Triangular Array of Parallel Heat Generating Rods" - Nuclear Engineering and Design, 4(1966) pp 375-398.

11. EIFLER, W., NIJSING, R. - "Experimental Investigation of Velocity Distribution and Flow Resistance in a Triangular Array of Parallel Rods" - Nuclear Engineering and Design, 5(1967) pp 22-42.

12. TONG, L.S. - "Pressure Drop Performance of a Rod Bundle" - Heat Transfer in Rod Bundles - ASME 1968.

13. MAUBACH, K., REHME, K. - "Pressure Drop for Parallel Flow Through a Roughened Rod Cluster" - Nuclear Engineering and Design, 25(1973) pp 369-378.

14. CARAJILESCOV, P. - "Turbulent Axial Flow in a Bare Rod Bundle: Analytical Study" - Anais do III Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, pp 269-282, Rio de Janeiro, dez. 1975.

15. ROWE, D.S. - "Measurements of Turbulent Velocity, Intensity and Scale in Rod Bundles Flow Channels - BNWL - 1736, UC-80 (1973).

16. ATKIN, R.J., CRAINE, R.E. - "Continuum Theories of Mixtures: Basic Theory and Historical Development" - Q.J. of Mechanics and Applied Mathematics, Vol. XXIX, pt2, (1976).

17. BRINKMAN, H.C. - "A Calculation of the Viscous Force Exerted by a Flowing Fluid on a Dense Swarm of Particles"- Appl. Science Research, Vol. A1 (1947) pp 27-34.

18. TELLES, A.S., MASSARANI, G. - "Escoamento de Fluidos em Meios Porosos Anisotrópicos" - Revista Brasileira de Física, Vol. 5, nº1 (1975).

19. TELLES, A.S., FERNANDES, R.C. - "Normal Stresses in Flows Through Porous Media" - 4rd Annual Meeting of the Society of Rheology - Cincinatti (1973).

20. WANG, C.C. - "On Representations for Isotropic Functions - Part I" - Archive for Rational Mechanics and Analysis, V.33, (1969) p 249.

21. SLATTERY, J.C. - "Momentum, Energy and Mass Transfer in Continua", 2, Foundations for Momentum Transfer - McGraw-Hill/Kogakusha, 1972.

22. WHITAKER, S. - "Advances in Theory of Fluid Motion in Porous Media" - Flow Through Porous Media Symposium - Industrial and Engineering Chemistry, Vol.61, nº 12 (1969).

23. TEXAS INSTRUMENTS - "Manual de Aplicações" da Calculadora Programável modelo SR-56.

24. BENACH, M.G., ARROYO, F.H. - "Circuitos de Ensayo e Investigacion de Elementos Combustibles", Energía Nuclear, 22(111), Enero-Febrero 1978.

25. BENEDICT, R.P. - "Fundamentals of Temperature, Pressure and Flow Measurements", Chap. 16, Pressure Measurements in Moving Fluids - John Wiley and Sons, 1969.

26. INTERNATIONAL CRITICAL TABLES, Vol. III, p 38.

27. WEAST, R.C.-"Handbook of Chemistry Physics", 51st Edition (1970-1971) - The Chemical Rubber Co.

28. SCHEIDEGGER, A.E. - "The Physics of Flow Through Porous Media" - Part V, Solutions of Darcy's Law - 1957, University of Toronto Press.

29. DURAND, W.F. - "Aerodynamic Theory", Division B, Fluid Mechanics, Part I, 1963, Dover Publ.

30. Mc CRACKEN, D.D. - "A Guide to Fortran IV Programming" - 1965, John Wiley and Sons.

31. BATCHELOR, G.K. - "An Introduction to Fluid Dynamics", Chap. 5, Flow at Large Reynolds Number: Effects of Viscosity, 1970, Cambridge University Press.